

木材の狂いに関する研究

板の反りを考慮した木取法

井 阪 三 郎⁽¹⁾

緒 言

製材製品の歩止まりを向上させることは、国家経済上からも重要問題である。しかし、乾燥収縮量を少なくすることは、現在の技術では、経済的に困難であり、最小限の歩減りにとどまるよう、慎重な木取をすることが必要になってくる。この際、収縮量のみを考慮するのであれば簡単であるが、この収縮による歩減りより、矩形断面が歪んで平行四辺形となり、これをさらに矩形に仕上げるための歩減り、および反ったり曲ったりした材を、矩形に仕上げるための歩減りの方が、はるかに大きいことは、実務家が常に指摘するところである。この歪み、反り、曲りを人工的に少なくすることも、なかなか困難なことなので、これらが起らないような木取法を考えることが、最もてつとり早いことである。このために柀目木取が行われているが、丸太全部を柀目に木取することは、作業を困難にする以外に、かえって歩止まりを減少させることとなるので、許容される範囲内で追柀を入れる必要が生じてくる。しからばどの程度まで追柀を入れても支障がないかという段になると、いままでに経験以外に道がなかつたので、今回少しく数学的に検討してみたので、以下報告し、これが少しでも実務家の参考となれば幸である。

I 板目板の反りの曲線

第1図のごとく丸太からだら挽きした板の板巾の半分を、樹心からその板までの距離 a で割った値を y とし、切線方向の収縮率を α_t 、半径方向の収縮率を α_r とすると、反った状態における板巾は、

$$a(1-\alpha_r)\sqrt{1+y^2}\sin\left(\frac{1-\alpha_t}{1-\alpha_r}\tan^{-1}y\right) \dots (1)$$

となり、その反った量すなわち矢高は、

$$a(1-\alpha_r)\left\{\sqrt{1+y^2}\cos\left(\frac{1-\alpha_t}{1-\alpha_r}\tan^{-1}y\right)-1\right\} \dots (2)$$

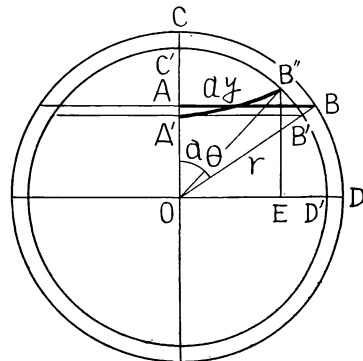
または近似的に、

$$a(\alpha_t-\alpha_r)y \tan^{-1}y \dots \dots \dots (3)$$

で表わされることは前回報告したとおりである。いま、

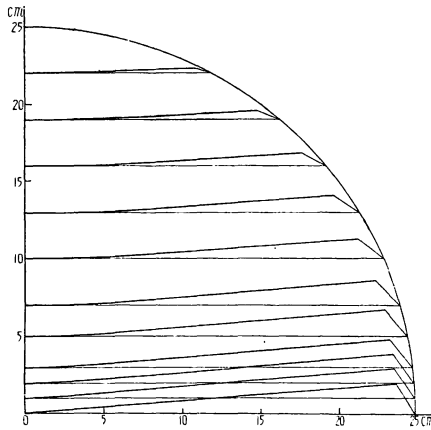
$$\alpha_t=0.10, \alpha_r=0.05$$

として、反ったのちの板の曲線を計算し、反らない前の板の上



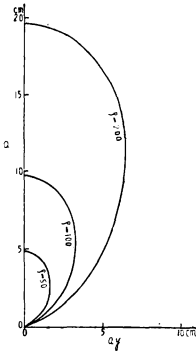
第1図 板目板の反り
Fig. 1 The warping curve of flat-grain board.

(1) 木材部木材材料科物理研究室長



第2図 板目板の反りの状態
($\alpha_t=10\%$, $\alpha_r=5\%$ の時)

Fig. 2 The warping curves of the flat-grain boards
(when $\alpha_t=10\%$, $\alpha_r=5\%$)



第3図 だらびきした板の反りの曲率半径が同じ位置の軌跡
Fig. 3 The center-lines of the radius of curvature (ρ cm)
(when $\alpha_t=10\%$, $\alpha_r=5\%$)
(see Fig. 2)

に重ね合わせると、第2図のごとくなり、この図から同じ板目板でも、樹心からの距離が異なると、異なった反りを示すことがわかる。

II 円盤の各位置における反りの度合

近似的に板巾がそのまま元の長さにあると考えると、反りの矢高の変化で板の反つたのちの曲線を表わし得る。(3)式において a は単位を表わす符号であるから、 $a=1\text{cm}$ における板の反つたのちの曲線は、

$$\delta = (\alpha_t - \alpha_r)y \tan^{-1}y \dots\dots\dots (4)$$

で近似的に表わすことができる。

一方 $\delta=f(y)$ なる曲線上の点における曲率半径は、

$$\rho = \left\{ 1 + \left(\frac{d\delta}{dy} \right)^2 \right\}^{\frac{3}{2}} \frac{1}{\frac{d^2\delta}{dy^2}} \dots\dots\dots (5)$$

で表わされるので、上記の板の反つた後の曲線における各位置の曲率半径を求めることができる。

$$\frac{d\delta}{dy} = (\alpha_t - \alpha_r) \left(\tan^{-1}y + \frac{y}{1+y^2} \right)$$

しかるに $\alpha_t - \alpha_r \ll 1$, $\tan^{-1}y < 1.57$, $\frac{y}{1+y^2} < 0.5$ であるから、

$$\left(\frac{d\delta}{dy} \right)^2 \ll 1$$

となり(5)式は、

$$\rho \approx \frac{1}{\frac{d^2\delta}{dy^2}}$$

とすることができる。よつて、

$$\rho = \frac{1}{(\alpha_t - \alpha_r) \left\{ \frac{1}{1+y^2} + \frac{1-y^2}{(1+y)^2} \right\}} = \frac{(1+y^2)^2}{2(\alpha_t - \alpha_r)} \dots\dots (6)$$

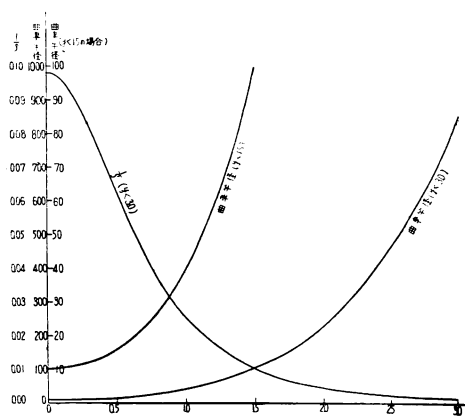
また樹心から a cm の距離にある板の場合は、元の曲線が a 倍拡大されているから、その曲率半径も a 倍となるので、円盤上のすべての位置の曲率半径は、

$$\rho = \frac{a(1+y^2)^2}{2(\alpha_t - \alpha_r)} \dots\dots (7)$$

で求めることができる。

(7) 式より板目板の上の一点における板の反りの曲率半径は、板目板の樹心からの距離に比例して大きくなり、板目板の中心からの距離が大きくなるにしたがい急激に増大し、その丸太の切線半径両方向の収縮率の差に反比例して大きくなることわかる。

なお、a=1cm, α_t=0.10, α_r=0.05 の場合に板目板の中心からの距離の変化にともない、いかに曲率半径が変化するかを示すと第4図のごとくなり、α_t=0.10, α_r=0.05 の場合の円盤上の各点の曲率半径を求め、同一曲率半径の点の軌跡を求めると第3図のごとくなり、板の反りの曲線との関係を示すことができる。



第 4 図

樹心より 1cm 離れた板目板の各位置の曲率半径 (α_t=10%, α_r=5% の時)

Fig. 4 The relations between y and radius of curvature (when a=1 cm, α_t=10%, α_r=5%)

Ⅲ 板の反りの矢高を一定量以下に保つための木取法

第5図のごとく、巾 B なる板の曲率半径を ρ、板の反りの矢高を ε とすると、

$$\rho^2 = (\rho - \epsilon)^2 + \left(\frac{B}{2}\right)^2$$

すなわち、

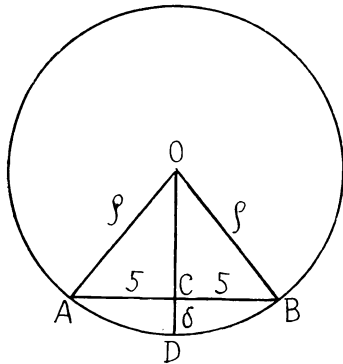
$$\rho = \frac{B^2}{8\epsilon} + \frac{\epsilon}{2} = \frac{B^2}{8\epsilon} \dots\dots (8)$$

で表わされるから、板巾を 10cm、許容しうる最大の反りの矢高 ε を 0.1cm とすると、曲率半径は、

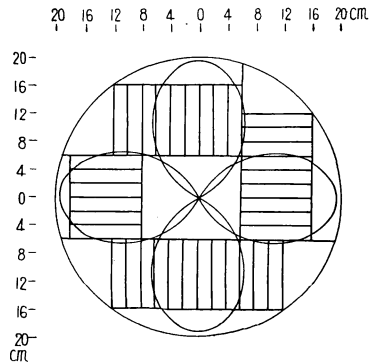
$$\rho > 125cm$$

となり、第3図における曲率半径 125cm の閉曲線の外側で、横軸に水平な木取をすると、各板の反りの矢高を 0.1cm 以下にすることができる。また、この閉曲線の内側では横軸に直角に木取りを行えば、柁目板となり、同様に反りの矢高を 0.1cm 以下にすることができる。

ゆえに、第6図でわかるように、製材した板の反りの矢高を一定量以下に止めようとする時には、その矢高に相当する曲率半径の閉曲線を求め、その閉曲線の最大径の位置で、たがいに向き合った2つの閉曲線に切する方向に板子を取ることが最も効果的な木取法となり、従来から行われている板子木取の方法が、反りを一定限度内に留めるために有効であることが、計算的に立証された訳である。板子木取のほか、第7図のように、この閉曲線を基礎として、いろいろな木取法も考えることができる。



第5図 反りの矢高と曲率半径との関係
 Fig. 5
 Relations between radius of curvature of warp and the amount of warping deflection (when width of board is 10 cm).



第6図 反りを考慮した木取法
 Fig. 6 The method of sawing logs to secure diminution of shrinkage and warping.

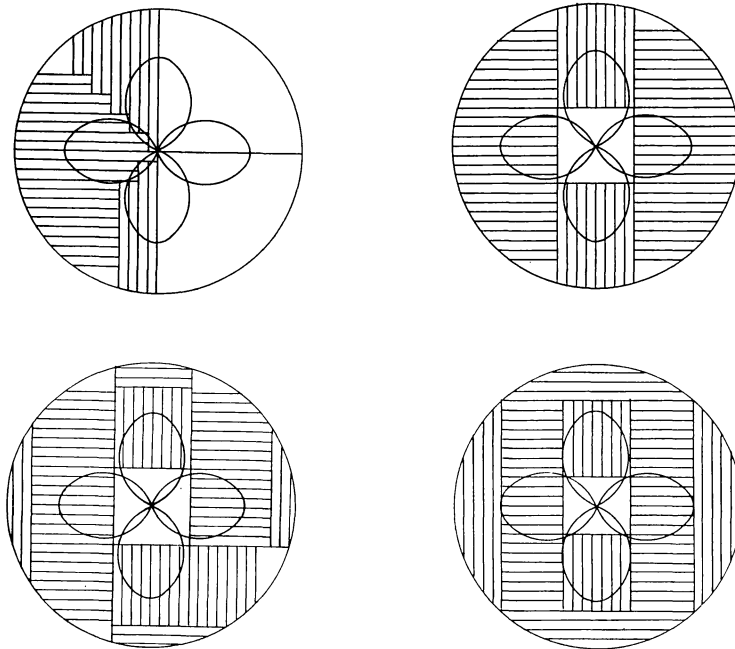


Fig. 7

また、第3図のように、閉曲線の最大径の位置は(7)式において ay が最大となる位置であり、次のごとくして求めることができる。

(7)式から ay を求めると、

$$ay = \sqrt{\sqrt{2\rho(\alpha_t - \alpha_r)} a^3 - a^2} \dots\dots\dots (9)$$

となり、 ay は a の函数であるから、この式を a で微分し、0とおくと、そのときの a の値のところで ay は最大となる。すなわち、

$$\frac{d(ay)}{da} = \frac{\left\{ \frac{3}{4} \sqrt{2\rho(\alpha_t - \alpha_r)} - \sqrt{a} \right\} \sqrt{a}}{\sqrt{\sqrt{2\rho} \sqrt{\alpha_t - \alpha_r} \sqrt{a^3 - a^2}}} = 0$$

よつて、
$$a = \frac{9}{8} \rho(\alpha_t - \alpha_r)$$

において ay は最大となり、その値は (9) 式より

$$(ay)_{max} = \frac{\sqrt{27}}{8} \rho(\alpha_t - \alpha_r) = 0.6495 \rho(\alpha_t - \alpha_r)$$

となり、さらに (8) 式を用いると、

$$(ay)_{max} \doteq 0.081 \frac{B^2}{\varepsilon} (\alpha_t - \alpha_r) \dots\dots\dots (10)$$

となる。また、この閉曲線の最外端と樹心との距離は、(9) 式において ay が 0 のときの a の値、すなわち、

$$(a)_{max} \doteq 2\rho(\alpha_t - \alpha_r) \doteq 0.250 \frac{B^2}{\varepsilon} (\alpha_t - \alpha_r) \dots\dots\dots (11)$$

となる。

ゆえに (10) 式において、使用する板巾 B と許容しうる矢高 ε および製材する材の収縮率の差 (α_t - α_r) を用いると (ay)_{max} が求められ、樹心から (ay)_{max} 離れた位置で板子を取ると、板の反りを許容量以下に留めることができる。

なお、(10) 式と (11) 式より

$$(a)_{max} \doteq 3(ay)_{max} \dots\dots\dots (12)$$

となるから、板子の厚さが (ay)_{max} の 2 倍以上あれば、板子を取つた後の背板には、等矢高閉曲線はでてこないから、その背板はいかなる木取をしても、反りの矢高を許容値以内におさめることができ、2 倍以下の場合には、さらにもう一度外側で板子を取る必要がでてくる。

IV 歪角に対する歩増し

四方桁の角材が乾燥後菱形になることは良く知られた事実であり、その歪角 γ は、

$$\gamma \doteq \frac{\alpha_t - \alpha_r}{1 - \alpha_t} \frac{2y}{1 + y^2} \dots\dots\dots (13)$$

で表わされることは、前回報告したとおりであり、その最大値は、(13) 式を y で微分して、0 とおいた時、すなわち、

$$\frac{d\gamma}{dy} = \frac{1 - y^2}{(1 + y^2)^2} \frac{2(\alpha_t - \alpha_r)}{1 - \alpha_t} = 0$$

よつて y = 1 のとき生じ、その大きさは、

$$\gamma_{max} = \frac{\alpha_t - \alpha_r}{1 - \alpha_t}$$

となる。

ゆえに収縮前の板巾を b、仕上げ厚さを D とすると、収縮後の長さは、最小の場合に b(1 - α_t) となり、さらに歪んだものを直角に仕上げるために削られる長さは、

$$D \sin \frac{\alpha_t - \alpha_r}{1 - \alpha_t} \doteq D(\alpha_t - \alpha_r)$$

となり、最後の仕上寸法 B は、

$$B = b(1 - \alpha_t) - D(\alpha_t - \alpha_r)$$

となる。ゆえに仕上げ寸法が与えられたときに、製材寸法を求めるには次式を用いるとよい。

$$b = \frac{B + D(\alpha_t - \alpha_r)}{1 - \alpha_t} \dots\dots\dots (14)$$

V 反りに対する歩増し

乾燥前の板の厚さを d、厚さ方向の最大収縮率を α_t 、収縮後の反りの矢高を ε とすると、厚さの仕上げ寸法 D は、

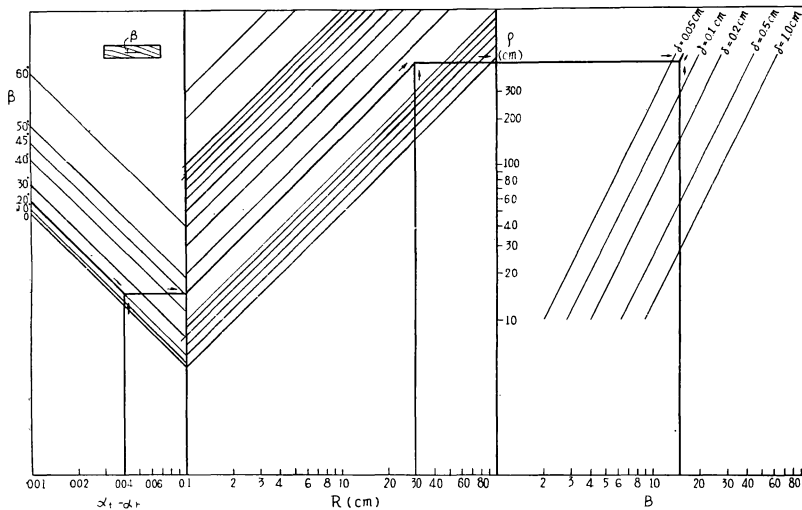
$$D = (1 - \alpha_t)d - \varepsilon$$

となるから、逆に製材寸法は次式を用いると良い。

$$d = \frac{D + \varepsilon}{1 - \alpha_t} \dots\dots\dots (15)$$

VI 年輪の状態から板の反りを推定する方法

第1図において、B 点を中心にして左右に広がる板を考えると、B 点における年輪と板とのなす角 β は $\angle ABO$ の余角であるから $\angle AOB$ 、すなわち θ であり、また B 点から樹心までの距離 R は、年輪の弧の状態から推定することができ、 $a\sqrt{1+y^2}$ である。ゆえに B 点における乾燥による反りの曲率半径 ρ は (7) 式を変形して、



第 8 図 年輪の状態から板の反りの量を計算する図表
 Fig. 8 The chart to get the amount of warping deflection from the state of annual rings in board.

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{a(1+y^2)^2}{2(\alpha_t - \alpha_r)} = \frac{a\sqrt{1+y^2}\sqrt{1+y^2}^3}{2(\alpha_t - \alpha_r)} = \frac{R \cdot \sec^3 \beta}{2(\alpha_t - \alpha_r)} \\ &= \frac{R}{2(\alpha_t - \alpha_r)\cos^3 \beta} \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

となり、板の乾燥による反りの量は、その板の中央における板と年輪とのなす角および、その年輪の弧の状態から推定した樹心から板の中央までの距離とで求めることができる。

第8図は年輪の状態から板の反りを推定する図表である。

Ⅶ 結 論

ある樹種の丸太から、仕上げ寸法板巾 $B\text{ cm}$ 、厚さ $D\text{ cm}$ の板を採材する場合には、その樹種の切線方向の収縮率 α_t 、半径方向の収縮率 α_r を想定して、丸太の直径、板の寸法、プレーナー作業などを考慮に入れて決められる許容されるべき板の反りの最大矢高 ε とから、等矢高閉曲線の最大径の半分 ay を、

$$(ay)_{max} = 0.081 \frac{B^2}{\varepsilon} (\alpha_t - \alpha_r)$$

により求め、樹心から $(ay)_{max}$ 離れた位置で板子を探る。

その際板子の厚さ b は、

$$b = \frac{B + D(\alpha_t - \alpha_r)}{1 - \alpha_t}$$

により、また板子から採材する板の厚さ d は、

$$d = \frac{D + \varepsilon}{1 - \alpha_t}$$

により決定し、必要に応じプレーナーに対する歩増しを加えて製材寸法とする。

なお、板巾が $2(ay)_{max}$ 以上あれば、板子を取つた後の背板からとられる板は、いかなる木取を行つても、反りの矢高を許容値以内に止めることができ、 $2(ay)_{max}$ 以下の場合には、さらに1回板子を取る必要がある。また、樹心の $2ay$ 角の残材からは、反りの少ない板は取れないから、細い角材などに利用する以外に道はない。

計 算 例

ブナ丸太 (末口直径 40 cm 、切線方向収縮率 $\alpha_t = 0.07$ 、半径方向収縮率 $\alpha_r = 0.03$) から、床板 (巾 $B = 9.0\text{ cm}$ 、厚さ $D = 1.8\text{ cm}$) を生産する場合の木取寸法如何 (ただし反りの矢高 ε は 0.10 cm 以下とする)。

等矢高閉曲線の最大径の半分 ay は、

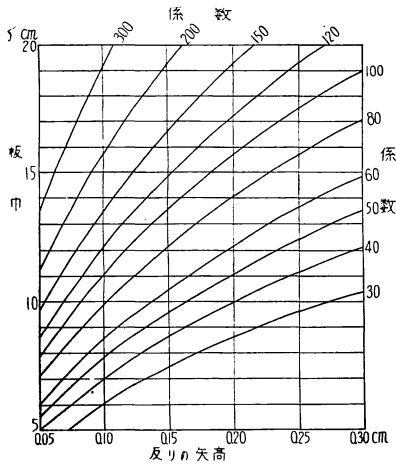
$$(ay)_{max} = 0.081 \frac{B^2}{\varepsilon} (\alpha_t - \alpha_r)$$

であるから、 $B = 9$ 、 $\varepsilon = 0.1$ 、 $\alpha_t = 0.07$ 、 $\alpha_r = 0.03$ を代入すると、

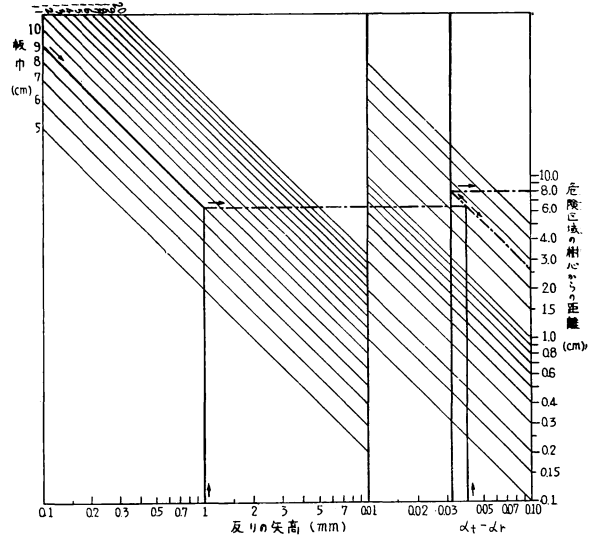
$$(ay)_{max} = 0.081 \cdot \frac{9^2}{0.1} \cdot (0.07 - 0.03) = 2.6\text{ cm} \approx 3\text{ cm}$$

また B 、 ε を用いて第9図から、

$$0.081 \frac{B^2}{\varepsilon}$$



第9図 板子を取る位置を求める係数 $(0.081 \times \frac{B^2}{\epsilon})$
 Fig. 9. The chart to get the coefficient.
 $(0.081 \times \frac{B^2}{\epsilon})$



第10図 板子を取る位置を求める図表
 Fig. 10 The chart to get the
 sawing line.

を図表計算することができる。なお以上の計算を図表により求めると第10図のごとくである。

ゆえに樹心から 3cm 以上離れたところで、板子を取らねばならない。

次に板子の厚さは、板の木取寸法巾であるから、

$$b = \frac{B + D(\alpha_t - \alpha_r)}{1 - \alpha_t}$$

に $B=9$, $D=1.8$, $\alpha_t=0.07$, $\alpha_r=0.03$ を代入すると、

$$b = \frac{9 + 1.8(0.07 - 0.03)}{1 - 0.07} = 9.8 \text{ cm}$$

となり、板の厚さは、

$$d = \frac{D + \epsilon}{1 - \alpha_t}$$

であるから、 $D=1.8$, $\epsilon=0.1$, $\alpha_t=0.07$ を代入すると、

$$d = \frac{1.8 + 0.1}{1 - 0.07} = 2.1 \text{ cm}$$

となる。以上の板巾および厚さに曲りおよび一面につき 0.1 cm のプレーナーの歩減りを追加して製材寸法とすればよい。

結局樹心より $(ay) + b$ すなわち 13cm のところで背板を落し、つぎに 10.5cm の板子を取り、1/4 回転し同一操作を順次繰り返す。板巾が $2(ay)$ 以上あるからその後板子および各背板から $10.5 \times 2.3 \text{ cm}$ の板を取れば良く、中心の残った角材は細い角などの用途に供するよう考える。

現実に製材所で $11.0 \times 2.3 \text{ cm}$ の板を木取つているから、この計算法はほかの任意の場合にも応用できるものと考えられる。

文 献

- 1) 井阪三郎：板の中の収縮，帝室林野局北海道林業試験場彙報，4，(Aug. 1943) p. 33
- 2) 井阪三郎・梅原 誠：木材の狂いに関する研究，特に板目板の反りについて，林業試験場報告 71，(Sep. 1954) p. 121

Distortion of Wood.**The method of sawing logs to secure diminution of shrinkage and warping.**

Saburo ISAKA

(Résumé)

If the shrinkage were the same in all directions there would be no distortion of shape. But wood shrinks more in the circumferential or tangential direction than in the radial.

When the flat-grain boards were dried slowly without externally applied stress and without undue casehardening, the warping curves were found to conform closely to the equation (see Reference (2))

$$\delta = a(\alpha_t - \alpha_r)y \tan^{-1} y,$$

where (a) is the distance from center of log to the board, (ay) is half of the board width (see Fig. 1). They will assume the shapes shown in Fig. 2.

So the radius of curvature at a given point of the board is shown by the following equation

$$\rho = \frac{a(1+y^2)^2}{2(\alpha_t - \alpha_r)},$$

and the center-lines of ρ are shown by the curves in Fig. 3.

If we expect upward of a given radius of curvature in dried flat-grain board, these must be sawn at the outside of that corresponding center-line.

On the other hand half length of the minor axis of center line of ρ is given by

$$(\text{ay})_{\text{max}} = 0.6459 \rho (\alpha_t - \alpha_r) = 0.081 \frac{B^2}{\varepsilon} (\alpha_t - \alpha_r),$$

and the major axis of that is given by

$$(\text{a})_{\text{max}} = 2\rho(\alpha_t - \alpha_r) = 0.250 \frac{B^2}{\varepsilon} (\alpha_t - \alpha_r),$$

because the relation between radius of curvature of the board (width B) and the amount of warping deflection (ε) is given by

$$\rho = \frac{B^2}{8\varepsilon}.$$

So the method of sawing logs to secure diminution of shrinkage and warping is shown in Fig. 6, and distance from center of log to cutting line is calculated by

$$0.081 \frac{B^2}{\varepsilon} (\alpha_t - \alpha_r),$$

the width of board b is

$$\frac{B + D(\alpha_t - \alpha_r) + 0.2}{1 - \alpha_t},$$

the thickness of board d is

$$\frac{D + \varepsilon + 0.2}{1 - \alpha_t},$$

where B and D are finished size *cm*, and 0.2 (*cm*) is addition of shaving.