

## 山地小流域における増水曲線の推定

近 嵐 弘 栄<sup>(1)</sup>Hiroei CHIKARASHI: Estimation of Flood Hydrograph  
on Small Mountainous Watershed

**要 旨:** 単位図法によって、山地小流域における増水曲線の推定法を検討した。水文資料は、足尾の煙害地の中にある試験流域のものであり、森林の影響が他の流域に比べ非常に少ないという特徴がある。有効雨量は、浸透能曲線と土壌の含水率変化とから推定する方法により、単位時間ごとに推定し、直接流出量は、実測の増水曲線について、勾配急変点法により基底流出量と分離した。

この両者から、COLLINSの逐次修正法により、分配単位図を求めた。その結果、分配単位図は一定の形にはならず、各増水ごとに異なり、ピーク値と、その出現時間などは、降雨条件により異なること、および減水過程においても各増水ごとに異なった形をとることが明らかとなった。そこで、分配単位図を推定する方法として、ピーク値の出現前後に区分して、ピークにいたるまでは流出関数法を用い、ピークのあらわれるまでの時間は、有効降雨強度の指数関数として表すことにより、単位時間ごとの分配率を決定した。ピーク以後は、減衰係数の変化点までの期間を一定とみなし、変化点の前後における減衰係数を求めることにより分配率を決定し、ピーク前と合わせて、降雨条件に応ずる分配単位図の推定法を案出した。

実測雨量と、得られた分配単位図とによって、増水曲線を推定した結果、実測の増水曲線と良好な一致が認められた。

## 目 次

I はじめに	149
II 単位図の基本的な特性と山地小流域への適用	151
III 試験流域と観測資料	152
IV 山地小流域における単位図	154
1. 山地小流域の有効雨量	154
2. 直接流出量の分離	155
3. 分配単位図の推定	155
4. 流出関数法による分配単位図の解析	159
V 増水曲線の推定	168
VI 考 察	168
VII 要 約	168
引用文献	169
Summary	170

## I はじめに

流域に降った雨水が、流域の出口で流水となって現れる過程を解析することが流出解析であるが、その目的は、降雨の時系列から流量の時系列を推定することにある。

そのためには、まず、試験流域において適当な流出モデルを選んで、モデルのパラメータを求め、その

パラメータを用いて、その流域における任意の降雨から流量を推定し、モデルの適合性を検証することが必要である。

流量観測資料のない流域で、降雨観測の資料から流量を推定するためには、多くの試験流域について、流出モデルのパラメータを求め、それらのパラメータと流域因子との関係を定式化し、モデルを一般化していく必要があるが、問題の範囲が広がりすぎるので、ここでは、試験流域におけるモデルの検証にとどめている。

流出解析には、短期的な洪水流出を対象とする場合と、地下水流出など、長期的流出を対象とする場合とがあり、解析の手法としては、単位図法、貯留法、雨水流法の三つに大きく区分されている。

山地流域の流出解析の手法としては、森林施業、あるいは治山などの立場から、流域の流出機構、あるいは個別の水文現象との結びつきのよいものが望まれるが、実際には、どの手法にも程度の差はあってもブラックボックス的な部分が含まれるため、理論の明解さ、使いやすさなどの面も含めて判断する必要がある。

本研究では、山地小流域の洪水流出を解析の対象としており、手法としては単位図法を用いた。単位図法は、1932年、SHERMAN<sup>21)</sup>によって提案されて以来、今日まで発展的な多くの研究がすすめられているが、理論が比較的単純で理解しやすいという長所があり、そのことが、単位図法を今日まで発展させてきた大きな理由と考えられる。

単位図法は、手法としてはブラックボックス的なものに属するため、森林施業、あるいは治山的な面からの利用には結びつきにくいとする見方もあるが、従来の研究では、単位図の解析的な検討が必ずしも充分でなかったと考えられることもあり、また、単位図法の適用の前提となる有効雨量の推定法に、林況、地況をパラメータとしてとり入れてあれば、問題の解決がかなりの程度まで可能であるとみられることから、手法として用いることにしたものである。

ここでいう山地小流域は、面積が20~30 ha程度以下の流域であって、降雨条件もおおむね同様と考えられ、森林の施業の単位、あるいは、治山工作物の設計対象となるような場合も多く、こうした流出解析手法の利用の場が多いと考えられる。

なお、資料をとっている足尾の試験流域は、森林をほぼ失っているため、流域の条件は単純で、森林流域との比較により、森林が流出に及ぼす影響を検討することに有益な基礎資料を提供しうるものと考えられる。

山地小流域における有効雨量の推定法については、林試研報第320号<sup>2)</sup>で報告済みであるから、本報告では省略している。

### 記号説明

本論文中に使用している記号を示すと、下記ようになる。ただし、いくつかのものは、例外的に本文中で説明している。

A	流域面積	area of watershed
a	流出関数の係数	coefficient of runoff function formula
$d\tau$	微少降雨時間	short rainfall duration
f	流出係数	runoff coefficient
$k_1$	増水ピーク後の減衰係数	extinction coefficient immediately after the peak discharge

$k_2$	変換点後の減衰係数	extinction coefficient after the recession curve change point
$L$	主流の長さ	length of channel
$N$	データ数	number of data
$Q$	流量	discharge
$Q_d$	分配単位図の分配率	percentage of discharge in distribution graph
$Q_{t_h}$	単位図の変曲点の流量	discharge at the recession curve change point
$Q_{t_p}$	単位図のピーク流量	peak discharge of unit-hydrograph
$q, q_0, q_1, q_{d_1}$	COLLINS 法で用いる流量	discharge of unit time in COLLINS simulation method
$q_f$	流出関数で、 $dr$ 時間の降雨による時間 $t$ における流量	discharge at the time $t$ , due to short rainfall duration $dr$
$q'$	流出関数で、ハイドログラフの合成計算に用いる流量	discharge, used to composite hydrograph in Runoff function
$p_s$	誤差の百分率	percentage of error
$r_e$	有効雨量	effective rainfall
$r_{e \max}$	最大有効降雨強度	maximum effective rainfall intensity
$s$	標準誤差	standard error
$t$	時間	elapsed time
$t_d$	分配単位図のピークから変曲点までの時間	duration between the peak discharge and the recession curve change point
$t_h$	減衰係数の変る点 (変曲点) までの時間	time at the recession curve change point
$t_n$	単位図の長さ	period of unit-hydrograph
$t_p$	単位図のピーク時間	peak discharge time of unit-hydrograph
$t_0$	流出関数における降雨時間	rainfall duration in the runoff function formula
$\alpha$	流出関数の係数	coefficient of runoff function formula

## II 単位図の基本的な特性と山地小流域への適用

SHERMAN<sup>21)</sup> によって、経験的事実から導かれた単位図についての三つの仮定は、次のように要約されている<sup>18)</sup>。

### 1) 基底長一定 (独立仮定)

流域に降った実効降雨の継続時間が等しければ、その量のいかんにかかわらず、流出時間は等しい。

### 2) 縦軸比例 (比例仮定)

流域内の実効降雨の継続時間が等しければ、直接流出の全量は、この継続時間内の実効降雨に比例し、流出量の時間的配分率は、流出量のいかんに関係なく常に一定である。

### 3) 相重 (累加の仮定)

実効降雨の継続時間を単位実効降雨の継続時間ごとに分割して、単位時間ごとの実効降雨量に応じたハイドログラフを単位時間ごとにおくらせて並べ、全部のハイドログラフの縦軸を加算して、最終的なハイドログラフを求めうる。

ここでいう実効降雨は、有効雨量と同義と考えられる。この相重が成り立つためには、降雨と流出の関係が線形でなければならないが、実際の降雨と流出の関係は非線形であり、それは有効雨量と流出との関係についても同様と考えられるため、この仮定は厳密には成立しないとされている。しかし、誤差はそれほど大きくないことから、実用的な価値が認められていると考えられる。

単位図の理論は、アメリカで、河川予報にとって重要な方法となっているといわれ、我が国でも流出解析の手法の基礎理論として、幅広く活用されている。しかしながら、アメリカで単位図法の適用される河川の流域面積は、大きな場合が多く、例えば、SHERMAN<sup>21)</sup>が1932年の論文でとりあげている Muddy River は、753 平方マイル (195,000 ha) もあり、これに対して、わが国の河川は規模が小さく、降雨特性も複雑であるから、SHERMAN の理論を適用することには問題も多く、実用性を高めるための研究が必要であると考えられる。

単位図法とその発展過程は、流出解析法の中心的位置を占め、SHERMAN の理論を基礎として、様々な改良手法が加えられてきているとみてよからう。

我が国で、単位図法が実用に供されたのは、中安による千代川への適用<sup>18)</sup>がはじめてとされているが、山地流域における単位図の適用としては、石原らが由良川などに適用した例<sup>7)~10)</sup>がある。

由良川では、解析の対象となった流域の面積が、小さい場合でも 57.80 km<sup>2</sup> あり、本研究における山地流域とは面積規模が異なるので、直接的な比較はできないが、解析の結果、降雨の条件により、単位図が異なっていることを明らかにし、SHERMAN の提起した理論について問題点を提起している。

面積規模が比較的小さい場合の研究例として、BRATER<sup>4)</sup>が、Bent Creek, NC., Coweeta, NC., Copper Basin, TN. における、面積 4.24 acre から 773.95 acre の 22 流域において単位図を求めた例があるが、分配ハイドログラフにおいて、ピークの分配率が流域面積の増加に伴い小さくなること、森林、草地、裸地などの土地利用によっても分配率に差が表れることなど、主として流域因子との関係をとりあげており、降雨条件との関係にはあまりふれていない。

MINSHALL<sup>17)</sup>は、Edwardsville, Ill. の、11.01 ha の流域で求めた単位図で、降雨強度が大きくなるとピークの出現までの時間が短くなり、ピークの分配率が増加することなどをあげ、石原らと同様に、単位図が降雨条件により異なってくることを明らかにしている。

山口<sup>28)</sup>は、東京大学愛知演習林の白坂 (88.5 ha)、数成 (109.6 ha) の 2 流域において分配単位図を求め、流域因子の相違、なかでも森林の優劣による分配単位図の相違を明らかにしている。しかし、降雨条件に関しては主たる検討の対象にはしていない。

このように、既往の研究例をみると、いろいろなものがあるが、要約すれば、流域条件と降雨条件を合わせて検討する必要があることになる。しかし、本研究の場合は単独の流域の解析で、流域の因子が短期間に大きく変ることはないので、流域条件についての比較検討は困難で、したがって、降雨条件についてだけにとどまらざるを得ない。

### III 試験流域と観測資料

試験流域と観測資料については、林試研報第 320 号<sup>5)</sup>に報告されているので、ここでは概要にとどめる。

#### (1) 試験流域の位置

試験流域は、栃木県上都賀郡足尾町の渡良瀬川上流足尾堰堤 (建設省所管) の上流 2.3 km の久蔵沢右

岸に位置し、地籍は、前橋営林局、大間々営林署管内の国有林 265 林班にあり、面積は 9.95 ha である。

この試験流域は、いわゆる足尾銅山の煙害地の中にあり、植生、土壌などに煙害地としてのきわだった特徴がみられる。

## （2）地形、地質、土壌

試験流域の地形は、急峻なことが特徴であるが、地形に関する諸元は次のとおりである。

面 積 (A)	9.95 (ha)
主流の長さ (L)	360 (m)
沢の平均幅 (A/L)	276.4 (m)
平均傾斜	40°55′
平均海拔高	1,116.9 (m)
最低海拔高 (量水ノッチの底)	920 (m)
最高海拔高	1,282 (m)
平均方位	S41°E

地質は、風化のすすんだ粘板岩が主体で、それに石英斑岩が介在するが、全般的にみて、亀裂の多い、透水性の大きい岩石によって占められている。

かつての銅精錬による煙害で、植生がほとんど完全に失われたことから、土壌は大部分が流亡し、露岩状態に近いところが多いが、尾根筋には、わずかに森林土壌が残っている。

植生は、銅山開発の行われる以前には、優良な森林が存在したといわれるが、煙害によりそう失し、戦後の昭和 20 年代には、精錬所を中心に、ほとんど裸地状になっていたといわれる。昭和 20 年代の末から本格的な治山事業が行われ、この試験流域にも播種が行われたこともあり、最近では、露岩状態に近いところにも草本類が進入しており、その上、条件のよいところには、灌木類が繁茂しはじめている。

尾根筋の一部には、広葉樹類を主とした樹林状態のところもみられる。

しかし、全体的にみて、植被状態は、前述の土壌条件とも相まって、きわめて悪く、瘠悪化した流域と考えられる。

## （3）気温、降水量

標高が高いため、冷涼であり、試験流域から 500 m 下流の久蔵観測所（海拔高 790 m）でも年平均気温は 11.8°C、最高気温は 8 月に 34°C、最低気温は -15°C となっており、気温の年較差が大きい。

年平均降水量は、久蔵観測所で 1966～1975 年の平均で 1,647 mm、年間の配分は、6～9 月の 4 か月間に多く、約 1,000 mm あり、年間降水量の約 60% がこの期間に集中する。

## （4）観測設備

雨量は、試験流域の量水堰の左岸側尾根上に、転倒升型の、口径 200 mm の自記雨量計（1 か月巻）1 台、隣接して、普通雨量計、口径 200 mm 1 台、量水堰右岸側の 125 m 上の稜線上にも普通雨量計を 1 台設置して観測した。

水位観測は、既設の治山ダムを嵩上げし、60° のバザンタイプの V ノッチを設置して行った。水位計は、ダム左岸側に、木造 4 m<sup>2</sup> の水位計室を設け、水研 62 型自記水位計（3 か月巻）を設置した。

水位流量曲線は、V ノッチの下流側に水槽を設けて、キャリブレーションを行った結果により決定した。



して、林試研報第320号<sup>9)</sup>による方法を用いることにする。単位図法は、前述のごとく、ブラックボックス的な手法ではあるが、その適用の前提となる有効雨量の推定にあたって、流域の地文、水文因子をとり入れうるような方式を工夫すれば、単位図法の欠点ともいえる部分を、ある程度補うことができると考えられる。その点、ここで用いている方式では、土壌の含水率など流域の地文、水文的な特性をかなりとり入れているので、使用目的にかなっていると考えられる。

2. 直接流出量の分離

ここで単位図法の対象とするのは、直接流出であるが、直接流出には、河道流出、表面流出、ならびに中間流出のうちの速い流出成分を含むものと考えられる。これらの各成分を分離して測定することは困難で、ハイドログラフの解析によって基底流出量を分離し、全体量として推定する。

手法としては、BARNESの法<sup>2)</sup>をはじめ、各種のものがあるが、実用的な方法として、ここでは、この種の研究によく用いられる勾配急変点法<sup>13)</sup>によった。この方法は、他の解析的な方法に比べ、作業が簡単であり、複雑なハイドログラフから直接流出を分離する場合には、かえって誤差を生じにくいと判断される。

3. 分配単位図の推定

増水曲線から分離された直接流出量と、その直接流出量に対応する有効雨量とによって、単位図が求められることになるが、この求め方も、当初の図式的な解法から、より高度な数学的手法がとり入れられるようになってきている。

率 の 計 算  
derivation.

⑤ 合計 Total (l/s)	⑥ 差引値 Residual ②-⑤ $q_{d1}$ (l/s)	⑦ 百分率 $q_{d1}$ $\times \frac{100}{\sum q_{d1}}$ (%)	⑧ 当初仮定 配分率 1st trial (%)	⑨ 第2回仮 定配分率 2nd trial (%)	⑩ 第1回 推定流量 Calcu- lated $q_1$ (l/s)	⑪ 誤差 Error ⑩-⑨ $E$ (l/s)	⑫ $E^2$	⑬ 標準誤差 $s$ と 標準誤差の平 均流量に對す る百分率 $p_s$ の計算 Calculation of $s$ & $p_s$	⑭ 第4回仮 定配分率 4th trial (%)	⑮ 第20回仮 定配分率 20th trial (%)
1.13	0.43				1.39	0.17	0.0289	$s = \sqrt{\frac{\sum E^2}{N}}$ $= \sqrt{\frac{342.7612}{13}}$ $= 5.13$ $p_s = \frac{s \times N}{\sum q}$ $= 23.16(\%)$		
1.13	25.82	13.33	9.09	11.21	22.98	3.97	15.7609		13.0	13.0
9.18	45.45	23.46	9.09	16.27	42.27	12.36	152.7696		22.0	22.0
9.18	41.88	21.62	9.09	15.35	44.68	6.38	40.7044		16.2	16.0
9.18	30.81	15.90	9.09	12.50	38.36	1.63	2.6569		12.8	13.0
9.18	25.91	13.37	9.09	11.23	33.25	1.84	3.3856		12.0	12.0
9.18	19.05	9.83	9.09	9.46	28.54	-0.31	0.0961		9.0	9.0
9.18	10.53	5.43	9.09	7.26	22.66	-2.95	8.7025		6.0	6.0
9.18	4.00	2.06	9.09	5.58	17.43	-4.25	18.0625		4.0	4.0
9.18	0.11	0.06	9.09	4.58	13.91	-4.62	21.3444		3.0	3.0
9.18	-4.52	-2.33	9.09	3.38	10.77	-6.11	37.3321		1.0	1.0
8.05	-5.29	-2.73	9.09	3.18	8.94	-6.18	38.1924		1.0	1.0
8.05	-7.16				2.82	-1.93	3.7249			
100.98	187.02	100.00	100.00	100.00	288.00		342.7612		$s = 0.09$ $p_s = 0.4$ (%)	$s = 0.02$ $p_s = 0.1$ (%)

単位図法の発展の過程は、降雨量と流出量の関係における非線形性に対して、より合理的に説明し、降雨、流出の関係をモデル化していくことにあったと考えてよいが、これには少なくとも、当初は SHERMAN の示した仮定に立ちもどって線形的な解析をすすめ、その矛盾点を検討しなければならないと考えられる。

単位図法の適用には、その前提となる有効雨量の推定が必要であり、この有効雨量の推定法と単位図法とは不可分の関係にあるが、この場合、有効雨量は、前述のごとく、林試研報第 320 号による方法で求めることにする。

SHERMAN の仮定<sup>21)</sup>に基づいて、有効雨量と直接流出量とから、統計的に単位図を求める方法として、早くから実用化されたものに、BERNARD の配分図法<sup>2)</sup>とか、COLLINS の逐次修正法<sup>6)</sup>などがある。これらのうち、比較的計算法が簡単で、明解な COLLINS の逐次修正法をとりあげてみることにした。

COLLINS の逐次修正法は、理論的には、どのような形の増水曲線の解析も可能であるが、複数のピークを有する複合形の増水曲線は、計算上の誤差が生じやすいので、ここではピークが一つだけの単純形のものを選んで解析をすすめることにした。また、逐次修正法に統計的な手法として誤差の理論を加え、誤差を最小にすることで、合理的な推定方法になるように工夫した。

COLLINS の法について、解説された例は多いが<sup>21)</sup>、理解しやすいように、誤差の取扱いを含めた具体的な計算例を Table 1 に示す。

以下、Table 1 の手順を説明する。

- ① 有効雨量は、IV-1 で説明したとおりである。
- ② 直接流出量は、IV-2 で説明した方法により、増水曲線から分離したものをを用いる。
- ③ ①の有効雨量と、②の直接流出量とにより、直接流出量を有効雨量の時間配分比に分ける。すなわち、

$$q_0 = \sum q \times \frac{r_e}{\sum r_e} \quad (l/s) \quad \dots\dots\dots(2)$$

となる。

- ④ 流量の仮定配分率により、有効雨量の最大値以外の流量を計算する。この場合の仮定配分率は自由に選んでよい。最も簡単な方法は、この例のように均等配分することである。

- ⑤ 時間別に④を合計する。この合計には有効雨量の最大値に対応する流出量は含まれていない。
- ⑥ ②から⑤を差し引く。
- ⑦ ⑥の時間別の百分率を求める。
- ⑧ ④で求めた当初の仮定配分率を記入する。
- ⑨ ⑦と⑧の仮定配分率を平均し、第 2 回の仮定配分率を求める。

⑨で得られた仮定配分比を用いて、④からの計算をくり返すと、計算結果が逐次修正され、ある一定の配分率が算出される。この配分率と、最初の有効雨量の値とから、重ね合わせにより流量を計算すれば、その結果が②の直接流出量とほぼ一致することになる。

しかし、実際には、観測誤差などもあり、計算結果から得られた配分率に不自然な形の凹凸が表れたり、時には負の配分率がでてくるような場合さえある。一応の判定基準としては、得られた配分率と、有効雨量とによって算定された増水曲線と、実測の増水曲線とを比較し、各単位時間において、



$$q - q_1 = E \quad \dots\dots\dots(3)$$

とおき、時間単位数  $N$  とから、標準誤差を求めれば、

$$s = \sqrt{\frac{\sum E^2}{N}} \quad \dots\dots\dots(4)$$

となる。この  $s$  の平均流量に対する百分率を  $p_s$  とすれば、

$$p_s = s \div \frac{\sum q}{N} \times 100 \quad \dots\dots\dots(5)$$

となり、必要精度の判断の基準とすることができる。⑩から⑬にこれらの計算例を示してある。

足尾の試験流域の場合は、この  $p_s$  が 0.5% 以下になったときを、くり返し計算中止の目途とした。また、 $p_s$  が 0.5% 以下にならない場合でも、計算回数は 20 回までとした。

Table 1 の計算例では、⑭で示すように、4 回のくり返し計算で 0.5% 以下になり、さらに計算をくり返して 20 回目になると、 $p_s$  は 0.1% になるが、配分率は 4 回までとあまり差がなく、したがって、4 回程度でもよいと考えられる。20 回も計算をくり返しても、なお  $p_s$  が 0.5% 以下にならないような場合は、計算をくり返すことが無駄になるので中止することにした。

Fig. 1 に、求められた分配単位図を例示した。降雨量、流出量における非線形性のほかに、水文観測精度などの問題も関係して、一定の形とはならず、各々の増水曲線ごとに異なった形をとっている。

石原ら<sup>7)</sup>は、単位図の変化の原因として、直接流出量の分離法、有効雨量の分離法、降雨の地域分布の差、降雨強度の変化などをあげているが、本研究におけるような小流域の場合には、降雨の地域分布はそれほど差はなく、前提となる直接流出量、有効雨量の求め方を肯定すれば、残るのは降雨強度とその変化ということになる。MINSHALL<sup>17)</sup>の研究結果も、降雨条件、なかでも降雨強度が単位図の変化の主なる原因であるとみなしている点は同様で、このことは前述した。

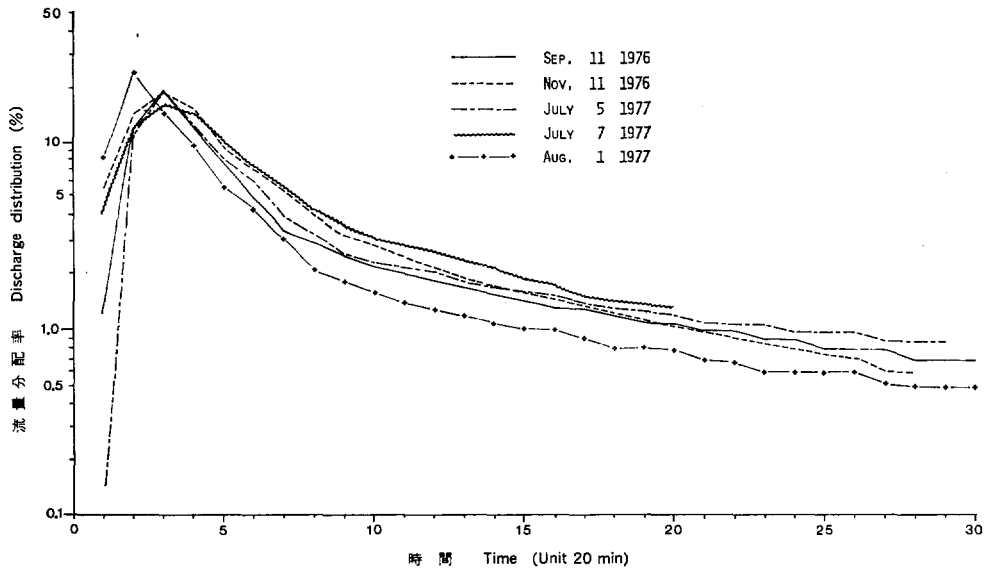


Fig. 1-(1). 分配単位図  
Distribution graph.

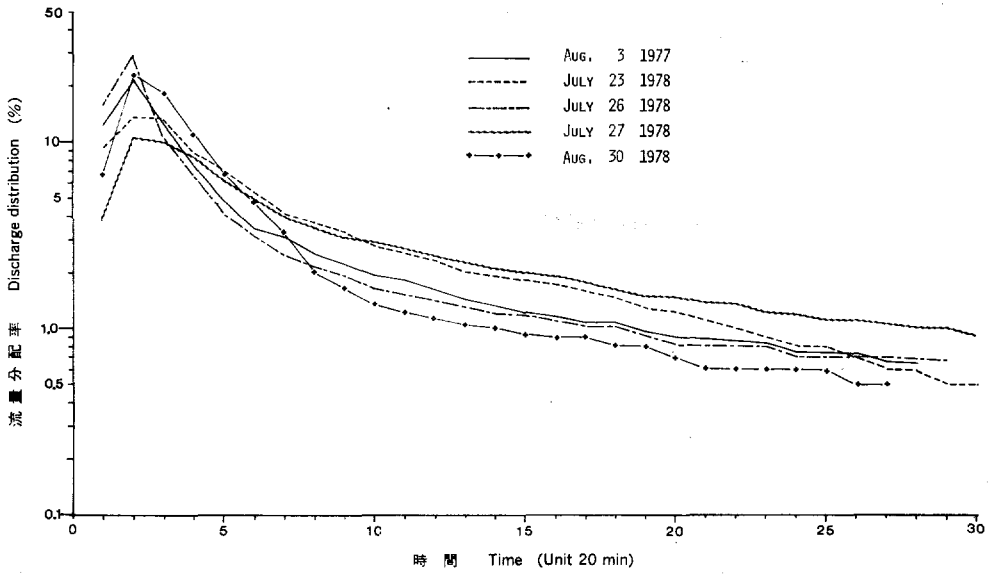


Fig. 1-(2). 分配單位圖  
Distribution graph.

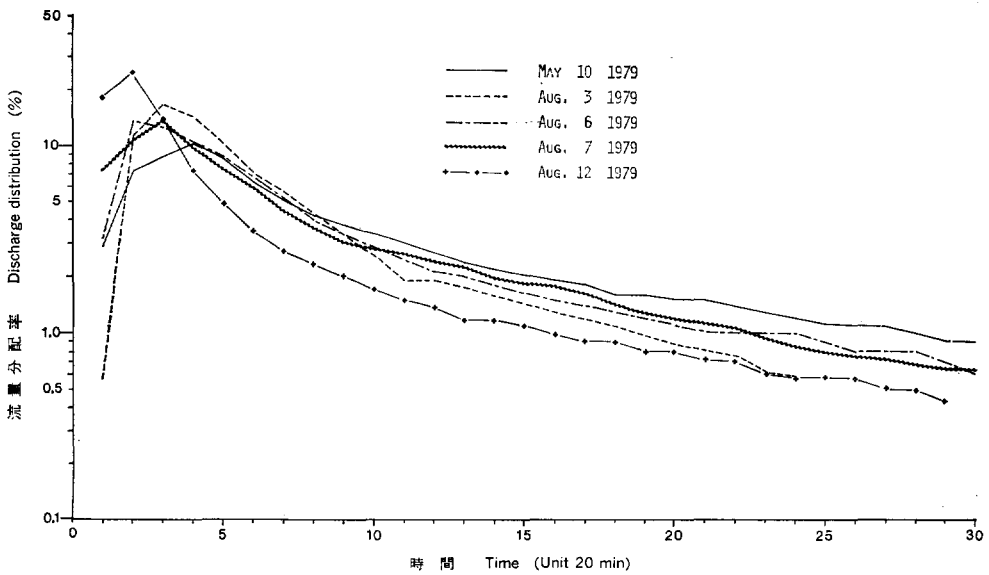


Fig. 1-(3). 分配單位圖  
Distribution graph.

降雨条件と単位図との関係を解析するには、各々の因子をとってパラメータ化する必要がある。因子としてはいろいろなものが考えられるが、単位図形成に直接関係する単位時間の降雨強度が重要である。流域の湿潤状態は、増水開始前の降雨量の影響が大きいが、これは、有効雨量の計算因子として、すでにとりあげられている。

他方、単位図からとりあげる因子としては、単位図の解析法と関連して考える必要がある。

単位図の解析法としては、最初の半図式的な方法から、総合単位図と呼ばれる SNYDER<sup>22)</sup>、中安<sup>19)</sup>、石原<sup>9)</sup>の方法や、佐藤<sup>20)</sup>の流出関数による法、角屋の法<sup>11)</sup>など多くのものがあり、非線形単位図についても、計算機の発達とも相まって、いろいろと紹介されていることは周知のとおりである。

また、TVA ではじめられた Double triangle model<sup>14)</sup> など、手法の簡易明解さの故に高い実用性を有するものもある。

これらの方法は、それぞれ特徴があり、一概に優劣を論じることはできない。

本研究では、Fig. 1 の分配単位図の特徴をみながら、単位図を増水過程と減水過程に分け、流出成分と関連づけて解析する方法を検討した。

Fig. 1 をみると、各分配単位図は、増水ピークのあと、5～7単位時間、すなわち、2時間ほど経過すると、減衰係数が変化することがわかるが、これが、河岸とか、その周辺の湿った部分からの早い流出成分の終わりを意味すると考えてよいことは、例えば、Double triangle model などにおける考え方も同様であり、その後は、中間流出など、やや遅い流出成分によるものと考えてよからう。

増水開始からピークに到る部分は、一定の初期条件に必ず減衰振動の初期の増加部分とみなすことにより、流出関数法の理論を適用することが適当であると判断できる。

このピーク出現までの時間とピーク値とが降雨条件によるものとみなし、その相関性を統計的手法により解析する。次に、それらの解析手順を述べる。

#### 4. 流出関数法による分配単位図の解析

流出関数法は、微小時間降雨による流出を、ピークをもつ簡単な時間の関数で表わし、その合成によって単位時間の降雨による流出を表そうとするもので、実測の降雨量、流出量の資料に基づいて、式中のパラメータの適値を求め、それによって任意の降雨による流出量の推定を行う。

流出関数の適用には、佐藤<sup>20)</sup>、石原<sup>10)</sup>の研究があり、その基本形を  $d\tau$  の微小時間における単位強度の降雨について

$$q_f = a t e^{-\alpha t} \dots\dots\dots (6)$$

$q_f$ : 時間  $t$  における流量

$t$ : 降雨開始よりの経過時間

$a, \alpha$ : 係数

で表している。これらの関係を、Fig. 2 に示す。

(6) 式で、流出係数を  $f$  とし、流域面積を  $A$ 、有効雨量  $1 \cdot f$  が流出量になるとして、

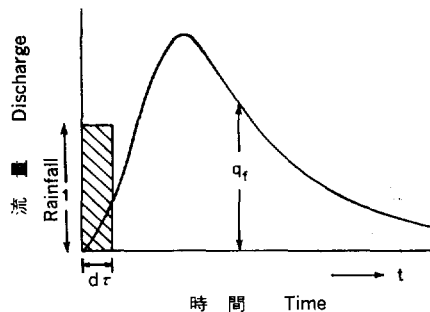


Fig. 2. 流出関数の因子  
Factors of runoff function method.

$$f A l d\tau = \int_0^{\infty} A q_f dt = A a \frac{1}{\alpha^2} \dots\dots\dots(7)$$

(7) 式より,

$$a = f l \alpha^2 d\tau \dots\dots\dots(8)$$

(8) 式を (6) 式へ代入して, 降雨強度を mm/hr, 面積を ha, 流量を l/s とすると,

$$q_f = \frac{1}{0.36} f \alpha^2 t e^{-\alpha t} d\tau \dots\dots\dots(9)$$

強さ  $r_e$  mm/hr の有効雨量が  $t_0$  時間続いたときの直接流出量は, Fig. 3 の, 時間  $d\tau$  の降雨による流量を  $q'$  として,

$$q' = \frac{r_e}{0.36} \alpha^2 (t - \tau) e^{-\alpha(t-\tau)} d\tau \dots\dots\dots(10)$$

を時間  $t$  について合成し

$$Q = \int_0^{t_0} q' d\tau = \frac{r_e}{0.36} \left\{ e^{-\alpha t'} (\alpha t' + 1) - e^{-\alpha t} (\alpha t + 1) \right\} \dots\dots\dots(11)$$

$$t' = t - t_0$$

となり, ピーク出現までの時間  $t_p$  は,

$$t_p = \frac{t_0 e^{\alpha t_0}}{e^{\alpha t_0} - 1} \dots\dots\dots(12)$$

となる。(12) 式から,

$$\alpha = \frac{1}{t_0} \ln \frac{t_p}{t_p - t_0} \dots\dots\dots(13)$$

となり,  $\alpha$  は降雨の継続時間  $t_0$  と, ピークまでの時間  $t_p$  により定まる。したがって, (11) 式の  $Q$  の時間  $t$  に対する関係は,  $t_0, t_p$  により決定づけられることになる。

ピーク流量は, (11) 式において,

$$t = t_p \quad t' = t_p - t_0 \dots\dots\dots(14)$$

とおいて求めることができる。

なお, 単位時間が 1 時間ではなく, 30 分とか 20 分の場合は  $t_0$  を変えればよいが, その単位時間を 1 に

おきかえて, 降雨強度もそれに合わせて計算の方が実用上は便利である。

流出関数法では, 増水ピーク以降の減水部分の単位図の形は, (11) 式により定まることになるが, 前述のごとく, 実測のハイドログラフから, COLLINS の逐次修正法で求めた単位図の形は, 必ずしも (11) 式で表されるような曲線にはならず, むしろ, 流域の水文特性によって異なるとみられる方がよいことは, Fig. 1 について検討したとおりである。

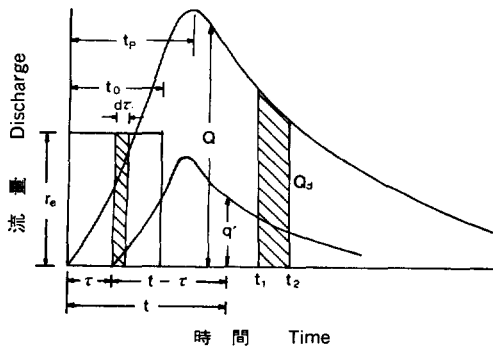


Fig. 3. 流出量の合成  
Composite of flood hydrograph.

Fig. 4 で、変曲点までの減水曲線の減衰係数を  $k_1$ 、変曲点の後を  $k_2$  とおき、ピーク流量値の百分率を  $Q_{tp}$ 、減衰係数の変化点の流量値の百分率を  $Q_{th}$  とおく。

単位図の増水開始からピークまでの縦軸は、

$$0 < t < t_0 \text{ で}$$

$$Q(\%) = \{1 - e^{-at}(at + 1)\} \times 100 \quad \dots\dots\dots(15)$$

$$t \geq t_0 \text{ で}$$

$$Q(\%) = \left\{ e^{-at'}(at' + 1) - e^{-at}(at + 1) \right\} \times 100 \quad \dots\dots\dots(16)$$

$$t' = t - t_0$$

として求められる。

ピーク後の減衰曲線は、変曲点までは、

$$t_p \leq t \leq t_h \text{ で}$$

$$Q(\%) = Q_{tp} e^{-k_1(t-t_p)} \quad \dots\dots\dots(17)$$

変曲点の後は、

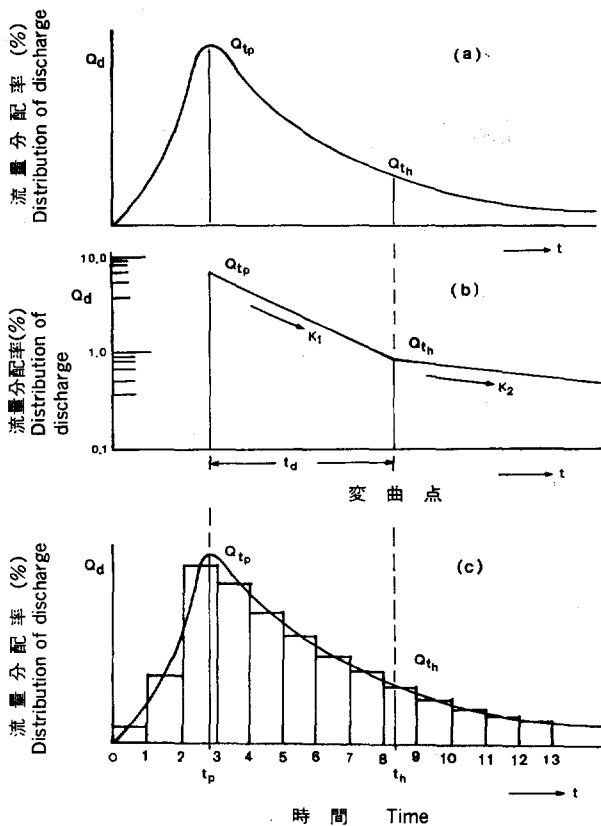


Fig. 4. 分配単位図の推定.  
Estimation of distribution graph.

$t_h \leq t$  で

$$Q(\%) = Q_{t_h} e^{-k_2(t-t_h)} \dots\dots\dots(18)$$

として表される。したがって、それぞれの区間における  $t_1 \sim t_2$  間の分配率は、ピークまでは、

$0 < t < t_0$  で (15) 式から

$$Q_d(\%) = \int_{t_1}^{t_2} \{1 - e^{-at}(at+1)\} dt \times 100 \dots\dots\dots(19)$$

$t \geq t_0$  で、(16) 式から

$$Q_d(\%) = \int_{t_1}^{t_2} \{e^{-at'}(at'+1) - e^{-at}(at+1)\} dt \times 100 \dots\dots\dots(20)$$

$t' = t - t_0$

ピーク後は、

$t_p \leq t \leq t_h$  で、

$$Q_d(\%) = \int_{t_1}^{t_2} Q_{t_p} e^{-k_1(t-t_p)} dt \dots\dots\dots(21)$$

$t_h \leq t$  で、

$$Q_d(\%) = \int_{t_1}^{t_2} Q_{t_h} e^{-k_2(t-t_h)} dt \dots\dots\dots(22)$$

となる。単位図の分配率の合計は、

$$\sum Q_d(\%) = \sum_0^{t_p} Q_d + \sum_{t_p}^{t_h} Q_d + \sum_{t_h}^{t_n} Q_d = 100 \dots\dots\dots(23)$$

$t_n$  は、(18) 式からみれば、無限に長く続くことになるが、実用上は誤差の許容範囲内で、適当な時間を区切っても差し支えない。

次に各因子の求め方について述べる。

まず、 $t_p$  であるが、これは洪水到達時間であるから、流域の面積、地形などとともに、降雨強度が関係する。

角屋ら<sup>12)</sup>は、丘陵山地流域河川の洪水到達時間実用推定式として、

$$t_p = CA^{0.22} r_e^{-0.55} \dots\dots\dots(24)$$

$t_p$  : 洪水到達時間 (min),  $A$  : 流域面積 (km<sup>2</sup>),  $r_e$  : 有効降雨強度 (mm/hr)

を提案し、 $C = 290$  としているが、(24) 式は、特定の流域については面積が一定であるから、

$$t_p = C r_e^{-\beta} \dots\dots\dots(25)$$

とおくことができ、流域面積、地形などから定まる係数  $C$  と、有効降雨強度にかかる係数  $\beta$  によって  $t_p$  が求められることになる。

山地小流域においては、(25) 式による推定が適当と考えられるので、足尾の試験流域においてもこれらのパラメータを求めることにした。

Fig. 1-(1)~(3) で示した分配単位図では、分配率の最大となる単位時間の中で、 $t_p$  の現れる位置がわからないので、Fig. 4-C のように、ヒストグラムに合わせて自然な形になるように曲線を描き、 $t_p$  の位置を推定する。

次に、ハイドログラフのピーク値の形成に直接的に影響する有効降雨強度  $r_e$  の最大値  $r_{e \max}$  を求めて、 $t_p$  との関係を見ると、Fig. 5 のようになる。(25) 式のパラメータを求めると、

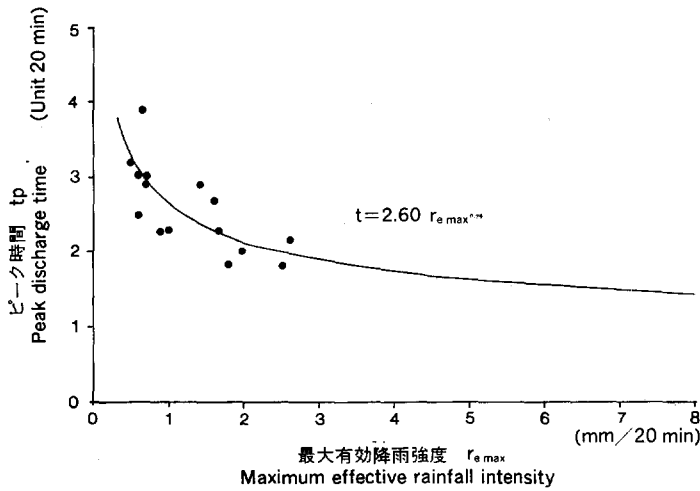


Fig. 5. 最大有効降雨強度とピーク時間  
Relation between maximum effective rainfall intensity and peak discharge time.

$$t_p = 2.60 r_{e \max}^{-0.29} \dots\dots\dots (26)$$

$t_p$  : 単位図のピーク時間 (20 min)  
 $r_{e \max}$  : 最大有効降雨強度 (mm/20 min)

となった。用いた分配単位図は 15 個であり、相関比は 0.74 が得られた。

$k_2$  は、各分配単位図とも近似しており、0.06 が得られた。分配単位図のピークから変曲点までの期間、すなわち、 $t_h - t_p = t_d$  は、6 単位時間 (2 時間) とみなした。

残った  $k_1$  であるが、(17) 式で  $t$  を  $t_h$  とおくと、

$$Q_{t_h} = Q_{t_p} e^{-k_1 t_d} \dots\dots\dots (27)$$

(21) 式で、 $t_1 = t_p$ 、 $t_2 = t_h$  とおき、(22) 式で、 $t_1 = t_h$ 、 $t_2 = t_n$  として (23) 式へ代入すると、

$$\sum_0^{t_p} Q_d + \int_{t_p}^{t_h} Q_{t_p} e^{-k_1(t-t_p)} dt + \int_{t_h}^{t_n} Q_{t_p} e^{-k_1 t_d} e^{-k_2(t-t_h)} dt = 100 \dots\dots\dots (28)$$

(28) 式は、

$$\sum_0^{t_p} Q_d + Q_{t_p} \left[ e^{-k_1 t_d} \left\{ -\frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} \left( e^{-k_2(t_n-t_h)} - 1 \right) \right\} + \frac{1}{k_1} \right] - 100 = 0 \dots (29)$$

となり、未知数は  $k_1$  だけとなるから、(29) 式から  $k_1$  を求めれば、分配単位図が完成できる。

なお、(29) 式を解く場合、 $k_1$  の直接解は得られないので、非線形方程式の近似解法を用いることにし、NEWTON-RAPHSON 法<sup>16)</sup>を適用した。

NEWTON-RAPHSON 法は、条件つきで収束する解法で、次にその手順を簡単に述べる。

方程式  $f(x) = 0$  の実根の近似値を  $x_i$  とする。 $x = x_i$  における  $f(x)$  の接線の方程式は、1 次までの TAILOR 展開によって、

$$f(x) = f(x_i) + f'(x_i)(x - x_i) \dots\dots\dots (30)$$

で表される。この接線と  $x$  軸との交点を、 $(x_{i+1}, 0)$  とすれば、この点は  $f(x) = 0$  において求められる。すなわち、

$$0 = f(x_i) + f'(x_i)(x_{i+1} - x_i) \quad \dots\dots\dots(31)$$

(31) 式から,

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)} \quad \dots\dots\dots(32)$$

となる。x を  $k_{1i}$  でおきかえ、(29) 式の左辺を  $f(k_{1i})$  とすれば、(32) 式は、

$$k_{1(i+1)} = k_{1i} - \frac{f(k_{1i})}{f'(k_{1i})} \quad \dots\dots\dots(33)$$

(33) 式の  $k_{1i}$  に適当な初期値を与え、 $k_{1(i+1)}$  を計算し、その  $k_{1(i+1)}$  を初期値とみなして計算を反覆する。

$k_{1(i+1)} - k_{1i}$  が、許容精度をこえたところの  $k_{1i}$  が求める値となる。

以上によって、単位図の計算に必要なパラメータはすべて得られるので、(19)~(22) 式により、各単位時間の分配率を計算することができる。ピークの現れる単位時間については、Fig. 4-(c) のように、 $Q_{tp}$  の前後に区分して、(20)、(21) 式で計算し、合計すればよい。

同様に、減衰係数が  $k_1$  から  $k_2$  へ変る  $Q_{th}$  の現れる単位時間についても、(21)、(22) 式で計算し、合

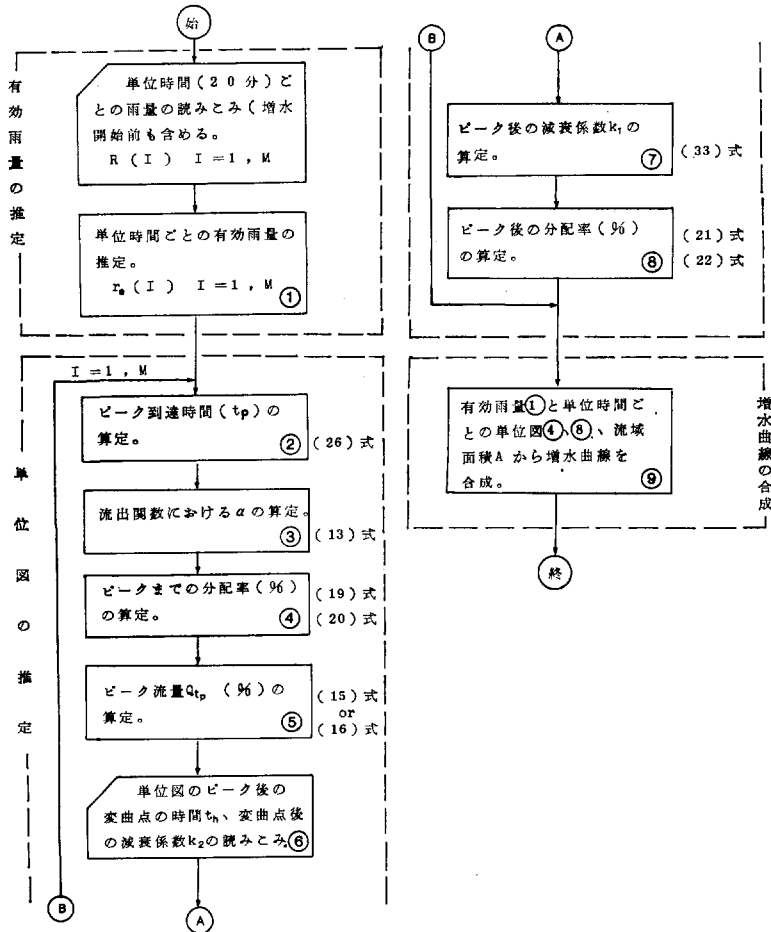


Fig. 6. 増水曲線推定のフローチャート  
Estimation of flood hydrograph.



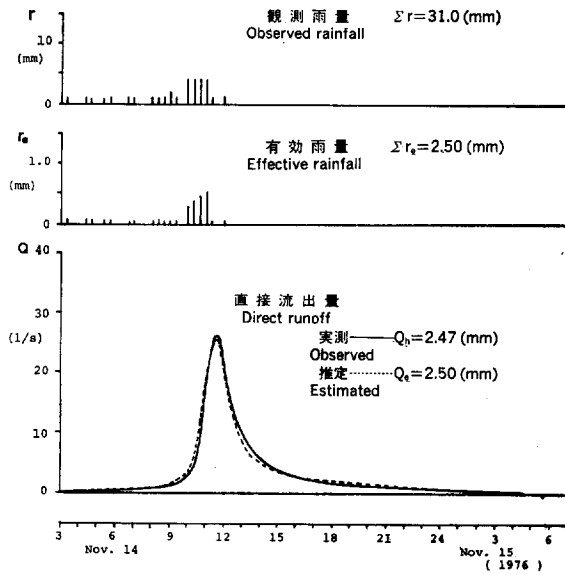


Fig. 7-(1). 実測ハイドログラフと推定ハイドログラフの比較  
Comparison of observed hydrograph with estimated hydrograph.

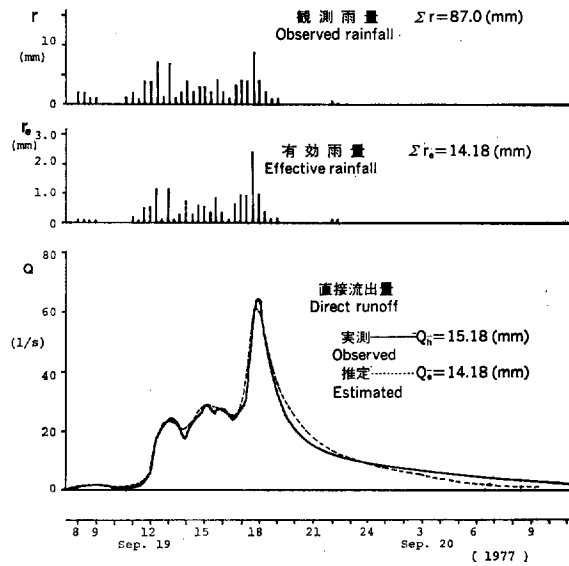


Fig. 7-(2). 実測ハイドログラフと推定ハイドログラフの比較  
Comparison of observed hydrograph with estimated hydrograph.

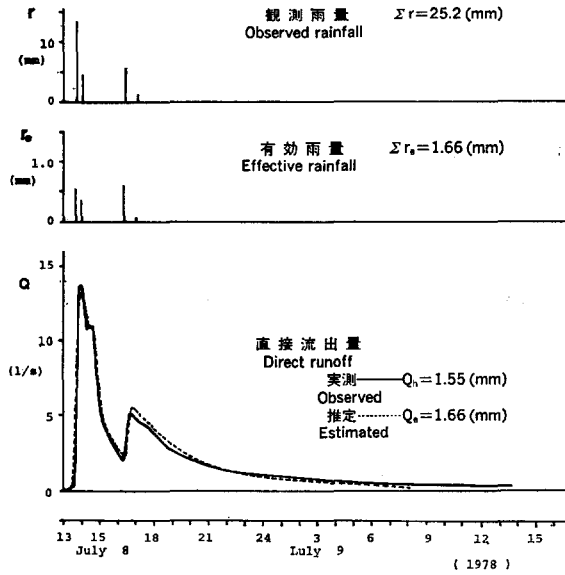


Fig. 7-(3). 実測ハイドログラフと推定ハイドログラフの比較  
Comparison of observed hydrograph with estimated hydrograph.

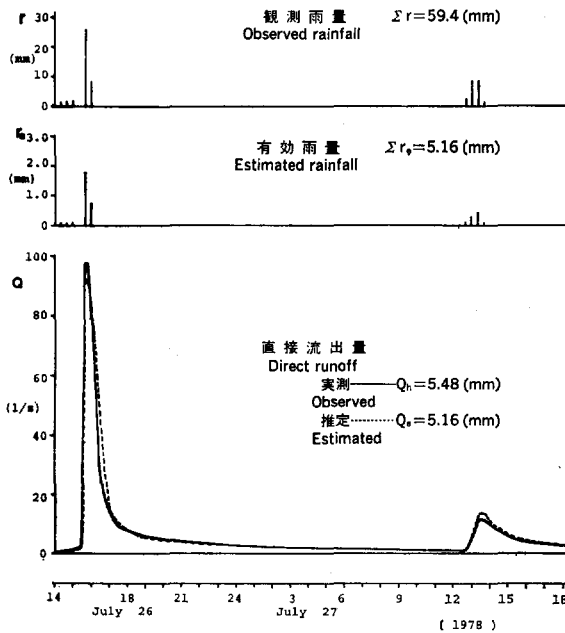


Fig. 7-(4). 実測ハイドログラフと推定ハイドログラフの比較  
Comparison of observed hydrograph with estimated hydrograph.

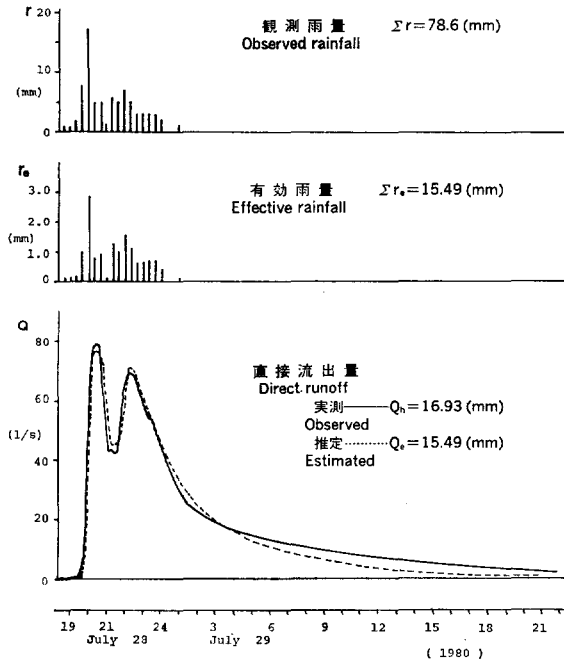


Fig. 7-(5). 実測ハイドログラフと推定ハイドログラフの比較  
Comparison of observed hydrograph with estimated hydrograph.

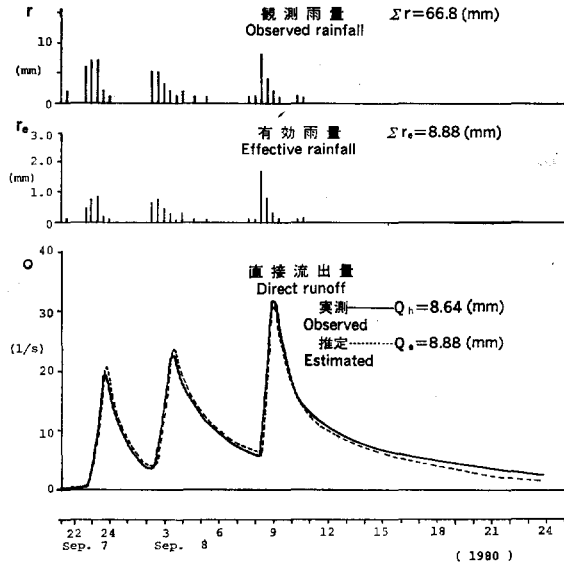


Fig. 7-(6). 実測ハイドログラフと推定ハイドログラフの比較  
Comparison of observed hydrograph with estimated hydrograph.

計すればよい。

## V 増水曲線の推定

分配単位図を用いて増水曲線を推定する過程は、分配単位図の推定にあたって非線形性をとり入れているので、SHERMAN の単位図法の応用の一つと考えられる。

Fig. 6 に、増水曲線の推定のためのフローチャートを示す。

有効雨量は、単位とする時間（ここでは 20 分）ごとに求め、その有効雨量と、有効雨量の降雨条件から推定された分配単位図とにより、重ね合わせによって、増水曲線を推定するものである。

推定例を、Fig. 7-(1)～(6) に示す。

この算定方式では、有効雨量の推定のための、ある特定時刻における流域の土壌の水分状態と、降雨条件が与えられれば、増水曲線が算定でき、しかも、一つの増水だけでなく、長期間連続した増水曲線の推定が可能である。

## VI 考 察

1) COLLINS の逐次修正法<sup>6)</sup>は、SNYDER の最小自乗法<sup>20)</sup>などとともに、古典的な単位図の推定法に属し、一連続降雨における平均化された分配単位図が導かれるが、降雨と流出の関係は非線形であるから、この計算過程で、非線形的な計算法の検討が望まれる。

2) 分配単位図を、ピークまでと、変曲点前後とに 3 区分する方法は、Double triangle model などと共通した考え方であるが、これは、流域の条件によって画一的にはいかなない場合も考えられるので、他の流域の資料と比較し、区分法を検討する必要がある。

3) Fig. 7 で、実測の増水曲線と、推定した増水曲線が一致しない理由には、有効雨量、あるいは、増水曲線の推定法における問題のほかに、降雨、流出量の観測資料にも問題があることが考えられる。試験流域は、面積約 10 ha の小流域であるが、流域内の 2 か所の雨量計の資料では、風向などによって、かなり差の生ずることもあるので、そうした影響もあるものと考えられる。

## VII 要 約

1) 単位図の解析により、山地小流域における増水曲線の推定法を検討した。用いた水文資料は、足尾にある山地小流域のものである。流域は、銅の精錬による煙害で、森林と土壌が著しく失われたため、他の一般的な森林流域に比べれば、森林の影響が非常に少ないという特徴がある。

2) 有効雨量は、浸透能曲線と、土壌の含水率変化とから推定する方法により、単位時間ごとに算定した。

3) 単位図は、実測の増水曲線の資料から、単純形の増水曲線を選び勾配急変点法により分離した直接流出量と、有効雨量とから、COLLINS の逐次修正法を用いて、分配単位図として求めた。

4) 分配単位図は、一定のものが得られず、それぞれの増水ごとに異なることが明らかとなった。つまり、分配単位図のピーク値と、その出現時間は、同量の有効雨量についても降雨条件により異なり、また、減水過程についても、各増水ごとに形が異なるということである。そこで、それらに関係する条件に基づき分配単位図の推定法を検討した。

- 5) 分配単位図のピーク値にいたる期間の分配率の推定は、流出関数法を用い、ピークのあらわれるまでの時間は、有効降雨強度の指数関数としてあらわした。ピーク以後の減水過程については、変曲点の前後に区分して推定した。ピークから変曲点までの減衰率は、変曲点の後の減衰係数が各増水曲線とも一定で、ピークから変曲点の表れるまでの期間も一定とみなすことにより、残された未知数としてシミュレーションで求めた。
- 6) 得られた分配単位図と、実測の降雨から推定された有効雨量とによって、足尾試験流域の増水曲線を推定した結果、実測値と良好な一致が認められた。

## 引用文献

- 1) 荒木正夫・椿 東一郎：水理学演習，171～174，(1962)
- 2) BARNES, B. S. : The structure of discharge recession curves, *Trans. Am. Geophys. Union.*, **20**, 721～725, (1939)
- 3) BERNARD, M. M. : An approach to determinate stream flow, *Trans. A. S. C. E.*, **100**, 347～362, (1935)
- 4) BRATER, E. F. : The unit hydrograph principle applied to small water-sheds, *Trans. A. S. C. E.*, **105**, 1154～1192, (1940)
- 5) 近嵐弘栄：山地小流域における有効雨量の推定，*林試研報*，**320**，123～157，(1982)
- 6) COLLINS, W. T. : Runoff distribution graphs from precipitation occurring in more than one time unit, *Civil Engineering*, **9**, 559～561, (1939)
- 7) 石原藤次郎・金丸昭治：降雨条件の変動による単位図の変化について，*土木学会論文集*，**32**，50～56，(1956)
- 8) 石原藤次郎・田中要三・金丸昭治：わが国における単位図の特性について，*土木学会誌*，**41**(3)，102～107，(1956)
- 9) 石原藤次郎・金丸昭治・中川博次：わが国河川の総合単位図の研究，*京大防災研創立5周年記念論文集*，181～190，(1956)
- 10) 石原藤次郎・高瀬信忠：流出函数による由良川洪水の解析，*土木学会論文集*，**57**，1～6，(1958)
- 11) 角屋 睦：流出解析法（その3），*農土誌*，**47**(12)，29～36，(1979)
- 12) 角屋 睦・福島 晟：中小河川の洪水到達時間，*京大防災研報*，19-B，143～152，(1976)
- 13) 川畑幸雄：水文気象学，204～207，*地人書館*，(1967)
- 14) KIRKBY, M. J. : *Hillslope Hydrology*, John Wiley & Sons, 317～318, (1978)
- 15) LINSLEY, R. K. Jr., KOHLER, M. A., PAULHUS, J. L. H. : *Applied Hydrology*, 399～400, McGraw-Hill, (1949)
- 16) McCALLA, T. R. : *Introduction to numerical Method and Fortran programming*, John Wiley & Sons, 64～71, (1972)
- 17) MINSHALL, N. E. : Predicting storm runoff on small experimental watershed, *Jour. Hydraulics Div., Proceeding of the A. S. C. E.*, **86**, 17～38, (1960)
- 18) 中安米蔵：雨量より洪水量の推定に就て，*建設省直轄工事第4回技術研究報告*，160～194，(1951)
- 19) 中安米蔵：本邦河川の Unit Graph について，*建設省直轄工事第7回技術研究報告*，1～14，(1956)
- 20) 佐藤清一・吉川秀夫・木村俊晃：降雨から流出量を推定する一方法，*土木研究所報告*，**87**，27～42，(1954)
- 21) SHERMAN, L. K. : Streamflow from Rainfall by Unit-graph Method, *Engineering News-Record*, **108**, 501～505, (1932)
- 22) SNYDER, W. M. : Hydrograph analysis by the method of least squares, *Proc. A. S. C. E.*, **81**, 793-1～793-25, (1955)
- 23) 山口伊佐夫：流域内各種因子を複合した増水曲線の推定，*日林講*，**75**，479～485，(1964)

## Estimation of Flood Hydrograph on Small Mountainous Watershed

Hiroei CHIKARASHI<sup>(1)</sup>

### Summary

1) An estimate process of flood hydrograph by the Unit-hydrograph method in a small mountainous watershed was studied.

The analytical data were those from hydrological observation in a small watershed in the ashio region. As the watershed was considerably denuded forest and soil by air pollution from nearby copper mines, the hydrological data shows little forest influences exerted compared with other forested watersheds.

2) Effective rainfall for each unit time was figured out by the infiltration capacity curve and soil moisture content variation.

3) Unit-hydrographs were estimated as distribution graphs from the analysis of gradually approximation method of W. T. COLLINS. with direct runoff separated from simple type storm hydrographs by the semilogarithmic separation method and effective rainfall.

4) It was clear that the distribution graph of each flood was not the same but different at each flood. That is, the value of peak discharge and the peak discharge time in the distribution graph varies with the previous rainfall condition in the case of the same effective rainfall amount, and the recession process of distribution graphs are also different respectively in the form.

Accordingly, the estimate process of the distribution graph based on relative hydrological condition was studied.

5) Estimate of distribution ratios until the peak discharge time was calculated with runoff function. The peak discharge time of the distribution graphs were decided by exponential functions based on effective rainfall intensity. The recession process after the peak was estimated by dividing the distribution graph in two parts, i. e. before and after the recession curve change point.

The extinction coefficient from the peak discharge to the recession curve change point of a unit-hydrograph was estimated as a remained factor by a simulation method through the extinction coefficient after the recession curve change point and the duration between the peak discharge and the recession curve change point may be regarded as constant.

6) Flood hydrograph of the Ashio experimental watershed was estimated by the calculated distribution graphs and effective rainfall estimated from the observed data, and the reasonable agreement with actual value was reached.