

一降雨量と損失雨量との関係を示す実験式の 理論的意義

遠 藤 泰 造⁽¹⁾

Taizo ENDO : Theoretical Meaning of Experimental Equation Showing the
Relation between a Rainfall and Basin Water Loss.

要 旨：林試研報 321 に掲載の論文「水源かん養林の機能理論と施業目標」において、流域内の土壤水分不足量の分布を考慮した一降雨量と損失雨量との間の一般的傾向を示す二つの実験式、 $L = L_{\infty}(1 - e^{-kR})$ および $L = l_0 + L_0(1 - e^{-k'(R - l_0)})$ を報告した。ここで、 R は一降雨量 (mm)、 L は R に対する流域平均の損失雨量 (mm)、 L_{∞} 、 l_0 および L_0 は一降雨直前における mm 単位で表した流域平均の水分不足量、初期水分不足量および付加水分不足量、 k と k' とは流域水分の損失係数である。山形試験地 1 および 2 号沢試験流域の雨量・流量の観測値を適用して、月別の L_{∞} と k 、 L_0 と k' の各値を求めた。その結果、 $L_{\infty} \cdot k = 1$ 、 $L_0 \cdot k' = 1$ という関係のあることが判明し、これについては報告した。その後、この経験的関係の成立する理論的根拠について検討し、本報告では浸透能および保水能を有する流域を多数の単位面積に細分し、一降雨直前における単位面積の土壤水分不足量を h 、流域全体の h の相対度数を $W(h)$ で表すとき、一降雨直前の $W(h)$ が指数分布に従うとき、 $L_{\infty} \cdot k = 1$ または $L_0 \cdot k' = 1$ の関係が理論的に成り立つことを説明した。したがって、上記流域に関する限り、一降雨量および流出量の観測値から求めた R と L との関係を示す経験式は、一降雨直前の $W(h)$ の分布が指数型の場合を示すものといえる。

1. ま え が き

一降雨からの流出量は一降雨量の大きさはもちろんのこと、降雨直前における流域内の土壤の乾湿の程度に著しく左右されることは報告されてきたが、一降雨直前の流域水分不足量の大きさとその面積的分布を考慮した一降雨量 (R) と流出量 (Q) との関係、あるいは一降雨量と流域損失雨量 (L) との関係についての報告は少ないように思われる。

著者は流域水分不足量の大きさとその面積的分布について、Fig. 1 に示すような五つの代表的モデルを想定し、これらの分布モデルについて R と L との間の数量的関係を検討し、次の二つの実験式を報告⁽¹⁾した。

$$\left. \begin{aligned} L &= L_{\infty}(1 - e^{-kR}) \\ L_{\infty} \cdot k &= 1.0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

および

$$\left. \begin{aligned} L &= R & R &\leq l_0 \\ L &= l_0 + L_0(1 - e^{-k'(R - l_0)}) & R &> l_0 \\ L_0 \cdot k' &= 1.0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

(1)式と(2)式で、 R (mm) は一降雨量、 L (mm) は R に対する流域損失雨量、 L_{∞} (mm) は一降雨直前の流域水分不足量、 l_0 (mm) と L_0 (mm) とは一降雨直前の流域の初期および付加水分不足量で、 $L_{\infty} = l_0 + L_0$ とする。 k と k' とは実験定数である。また、 L_{∞} と k または L_0 と k' との間には、 $L_{\infty} \cdot k = 1.0$

1984 年 7 月 6 日受理
(1) 関西支場

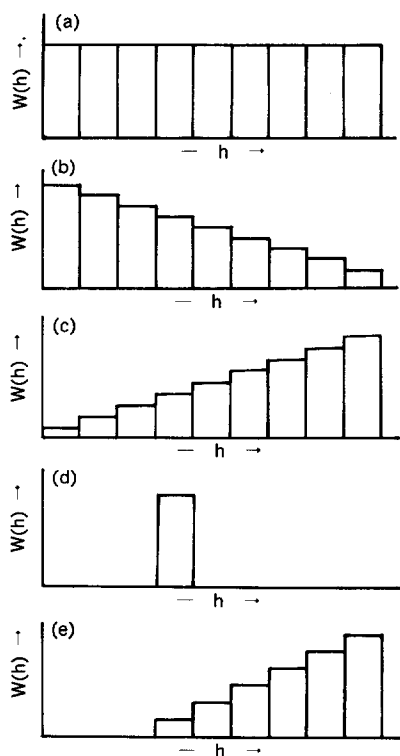


Fig. 1(a~e) 流域水分不足量の代表的分布モデル。hは流域水分不足量、W(h)はhの相対度数
Typical distribution models of basin water deficit(h)

または $L_0 \cdot k' = 1.0$ の関係が経験的に成立することを報告した。

$L_{\infty} \cdot k = 1.0$ または $L_0 \cdot k' = 1.0$ という関係は雨量と流量の実測資料を用いた計算の結果から得た経験的關係で、理論的根拠はなく、また、理論的説明も加えなかった。その後検討した結果、一降雨直前における流域水分不足量の面積分布が指数関数で表されるとき、上述の關係が成立することが判明したので、ここに報告する。

2. 流域水分不足量と損失雨量

植物が土壌中から吸収できる水分は、根系の生育する深度範囲の土壌の野外容水量からしおれ点までの範囲の土壌水分であると考えられている。この範囲にある土壌水分が有効水分である。また、野外容水量としおれ点の土壌水分量との差が有効土壌水分量の最大値で、この最大値とそのときどきの有効土壌水分量との差が、有効土壌水分不足量である。

流域内の有効土壌水分量は無降雨期間には蒸発散作用によって減少し、降雨水によって水分不足量の一部または全部が補給される。一雨降ごとの雨量の配分は、一般に初期および付加損失雨量、地表流下量および地下水補給量の四つに大別されている。ここでの地下水とは地中を重力作用で移動するすべての雨水をいう。

初期損失雨量とは、ある流域条件のもとで河水の増加が起こる最小雨量のことである。この初期損失雨量には地表に生育している各種の植物体の表面に付着する雨水分、地床の落枝葉などの有機堆積物に付着と吸収される雨水分、あるいは岩盤の表面をぬらす雨水分などが含まれており、これらの雨水分はやがて蒸発するので、直接には河水と関係のない成分である。

初期損失雨量がある程度満たされたあとも、降雨があれば降雨水の一部または全部が土壌水分不足量の補給に当てられる。この雨水分は付加損失雨量と呼ばれ、初期および付加の損失雨量を一緒にしたものは、流域損失雨量、あるいは単に損失雨量と呼ばれている。初期および付加の損失雨量は河川流量にならない雨水成分である。一降雨量から流域損失雨量を差引いた残りの雨水分は、河川流量となる雨水分で、この雨水分が有効降雨量である。

一降雨直前に地被植生や地床堆積有機物などの保留できる最大の雨水量を初期水分不足量、そのときの土壌水分不足量を付加水不足量と定義すると、一降雨直前における流域水分不足量は、初期および付加の両水分不足量の合計量に等しいと考えることができる。

一降雨直前の流域水分不足量は、同じ流域でも先行の気象条件と季節によって異なり、一般に春から盛夏に向って増大し、初秋から初冬に向って減少の傾向があり、梅雨季に一時減少傾向もみられる。流域

水分不足量は、一降雨ごとに常にその全部が補給されるとは限らず、少雨の場合にはその一部分しか補給されないし、大雨あるいは長雨のときは不足水分量の全部が補給されることもある。一降雨ごとの損失雨量は一降雨量の大きさおよび先行の気象条件や季節などによって異なるが、岡山試験地での観測資料²⁾によると、1939年10月に101.3mmの一降雨量があり、これに対する南北両流域の流出量は、それぞれ2.85および4.08mmであったので、計算上の損失雨量は98.45mmと97.22mmとなる。岡山県の瀬戸内沿岸は少雨地帯として知られているが、100mmを超える大雨のとき、損失雨量が約90~100mmに達する場合があるようである。一降雨直前の流域水分不足量(L_{∞})の最大値等については、実測値が皆無のありさまなので不明であるが、流域水分不足量と一降雨量に対する損失雨量(L_R)とは、概念上なるものであるか異ら、両者は明確に区別する必要がある。

3. 損失雨量に関する実験式の理論的説明

河川流量の増加は有効雨量の発生とその河川への流入に始まる。有効雨量の発生機構については、Horton型とDunne型との二つの機構があると考えられている。Horton型では、降雨強度が流域内の土壌の浸透能を超える時点で有効雨量が発生する。Dunne型では比較的大きな表層土壌が降雨水で満たされたあとに有効降雨が発生する。森林土壌の浸透能は約100~300mm/hrの林地が多く、火山灰土壌では1,000mm/hrを超える林地もある。降雨強度と比べて、土壌の浸透能の高い林地では、Dunne型の発生機構が支配するものと思われる。ただし、斜面の表土層中に貯留された雨水のなかには、飽和以前に中間流となって地中を流れて河道に流出するものがあるので、表層土壌が完全に飽和状態にならなければ、有効降雨の流出が始まらないと考えるのは、事実と合致しない場合もある。

流域の地表状態は種々であるが、露岩地、舗装路面、湖沼あるいは河川の水面のように、雨水の浸透能および保水能を全くもっていない区域と、程度の大小はあるが、浸透能と保水能をもっている被土区域とに大別できる。被土区域では、土壌の深さは一様ではなく、土性も場所によって異なるので、流域全体としては有効土壌水分量の最大値の異なる多数の小区域から構成されており、一降雨直前の流域は土壌水分不足量の異なる多数の小区域から構成されていると考えるのが自然のようである。この考えにしたがって誘導したのが、(1)式および(2)式である。その後、山田と山崎²⁾は降雨の地中への鉛直浸透を不飽和浸透理論を用いて解析し、表土層の下に不透水層が存在する場合の土壌は下方から飽和し、いわゆるDunne型の有効降雨が発生することを確認している。そして、この発生機構が支配する流域では、有効降雨あるいは直接流出の発生は、流域内における保水能の分布形態とそのときの含水量とが、一降雨と流出量、損失雨量あるいは流出率との間の数量的関係を支配することを説明している。筆者は流域水分不足量の度数分布(Basin water deficit)を、山田と山崎²⁾は保水能(Field moisture capacity)の度数分布を考えており、その点では相違があるが、一降雨直前における流域内の土壌水分の分布を取り扱っていることは共通しているので、山田と山崎の数式的説明により、既報の実験式の理論的意義を以下のように考察した。

ある流域の面積を A 、流域内で地表部の浸透能および保水能を全くもたない区域の A に対する比率値を C_1 、浸透能および保水能をもっている区域の A に対する比率値を C_2 、 $C_1+C_2=1$ とする。

次に、降雨強度は一定値でこれを r 、降雨初めからの経過時刻を t 、流域を細分して得た単位面積の水分不足量を h 、 h の相対度数を $W(h)$ 、 h を満たすに要する時間を t_h 、時刻 t における水分不足量が h である単位面積からの流出量(正しくは流出可能量)または有効降雨量を $q(t)$ で表すとき、

$$h = rt_h \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$q(t) = rH(t - t_h) \quad \dots\dots\dots (4)$$

が成立する。(4)式で、 $H(t - t_h)$ は重み関数で、一般に $t = t_h$ において単位のじょう乱の影響は時間を逆行して現れないのが普通であるから、 $t < t_h$ で $H(t - t_h) = 0$ である。流域のうち C_2 区域からの流出量または有効降雨量（正しくは流出可能量である）を $q_{C_2}(t)$ で表すと、

$$\begin{aligned} q_{C_2}(t) &= C_2 A \int_0^\infty W(h) q(t) dh \\ &= C_2 A \int_0^\infty W(h) rH(t - t_h) dh \quad \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

(5)式中の $W(h) = ae^{-ah}$ の指数型分布で表されるものと仮定する。このとき(5)式は次のように表される。

$$\begin{aligned} q_{C_2}(t) &= C_2 A \int_0^\infty rae^{-ah} H\left(t - \frac{h}{r}\right) dh \\ &= C_2 Ar(1 - e^{-at}) \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

降雨が始まってから時刻 t までの総有効降雨量または総流出量を $Q_A(t)$ で表すと

$$\begin{aligned} Q_A(t) &= C_1 A \int_0^\infty rdt + \int_0^t q_{C_2}(t) dt \\ &= A \left\{ R - \frac{C_2}{\alpha} (1 - e^{-\alpha R}) \right\} \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

となる。(7)式で R は累加降雨量、 $R = rt$ である。説明の都合により数式そのものは同じでないが、(7)式は山田と山崎の報告²⁾ 中に見られた説明を参考にして求めた Q と R との関係式である。

降雨初めに l_0 に相当する降雨量が初期水分不足量を満たすのに消費されるとすると、(7)式は(8)式のように書き改められる。

$$\left. \begin{aligned} Q_A(t) &= 0, \quad R \leq l_0 \\ Q_A(t) &= A \left[R - C_2 \left\{ l_0 + \frac{1}{\alpha} (1 - e^{-\alpha(R - l_0)}) \right\} \right], \quad R > l_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

Q_A を降水量と同じ mm 単位に改め、これを $Q(\text{mm})$ で表すとき、 $R > l_0$ のときの Q は

$$Q = R - C_2 \{ l_0 + L_0 (1 - e^{-\alpha(R - l_0)}) \} \quad \dots\dots\dots (9)$$

となる。ただし、(9)式で、 $L_0 = \frac{1}{\alpha}$ である。

一降雨量に対する流出率を f で表すと、

$$\begin{aligned} f &= \frac{Q}{R} \\ &= 1 - \frac{C_2}{R} \{ l_0 + L_0 (1 - e^{-\alpha(R - l_0)}) \} \quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

一降雨量に対する損失雨量を $L(\text{mm})$ で表すと、 $R > l_0$ のときの L は

$$\begin{aligned} L &= R - Q \\ &= C_2 \{ l_0 + L_0 (1 - e^{-\alpha(R - l_0)}) \} \quad \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

となる。

$L_{\infty} = l_0 + L_0$ と定義すると、 L_{∞} は一降雨直前における流域水分不足量を表す。対象流域の $C_1 = 0$ であるとする、 $C_2 = 1.0$ 、したがって、(11)式は次のようになる。

$$L = l_0 + L_0(1 - e^{-\alpha(R - l_0)}), \quad R > l_0 \quad \dots\dots\dots (12)$$

(12)式で, $l_0 = 0$ とおくと

$$L = L_{\infty} (1 - e^{-\alpha R}) \quad \dots\dots\dots (13)$$

となる。

(12)式および(13)式は、一降雨直前における流域水分不足量の分布が指数型であると仮定して求められた理論式であるが、これらの式は(1)式および(2)式の実験式と同じ内容のものである。

したがって、既報の実験式は一降雨直前の流域水分不足量の分布が指数型である場合の R と L との関係を示す数式であるといえる。

4. 結 言

本文では流域水分不足量の面積分布を考慮した一降雨量と損失雨量と間の量的傾向を表す既報の実験式の理論的意義を述べた。上述したように、既報の実験式は、流域水分不足量の分布が指数型分布である場合の R と L との間の関係を表す理論式といえるが、この結論は二つの山地小流域で観測された雨量と流量の資料の解析から得た結果であって、流域水分不足量の実測資料による結論ではない。上述の数式が示すように、一降雨量の大きさのほかに、一降雨直前の流域水分不足量の大きさとその分布形態とは、 R と L または R と Q との量的関係を規定する重要因子である。

Fig. 2 は岡山試験地・北谷流域の R と L との関係³⁾を示す。この図でもわかるように、同じ R の値に対して L の値は著しく変化する。例えば、 $R = 101.3 \text{ mm}$ に対して $L = 97.3 \text{ mm}$, $R = 101.0 \text{ mm}$ に対して $L = 29.8 \text{ mm}$ という実例がある。これらは両極端の例であるが、このような資料から推察すると、大

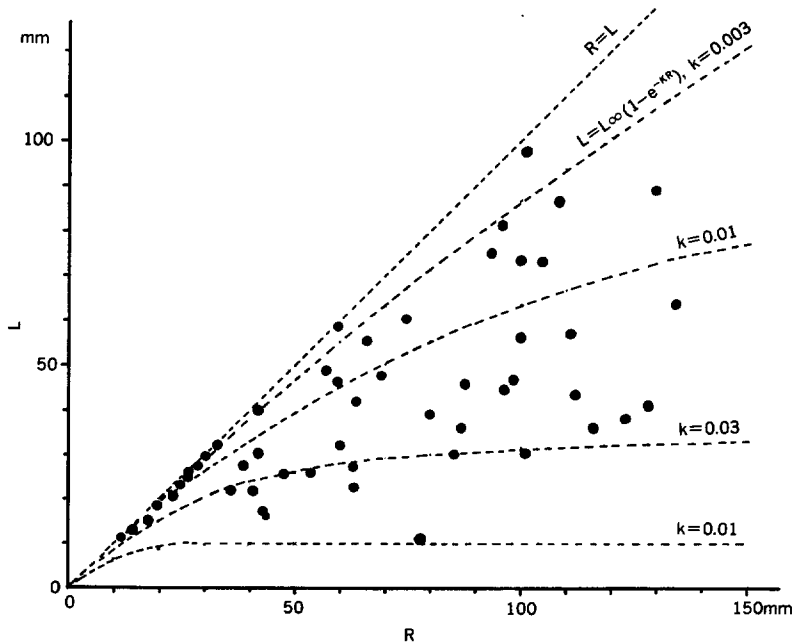


Fig. 2 一降雨量 (R, mm) と損失雨量 (L, mm) との関係 (竜ノ口山, 北谷)
Basin water loss (L, mm) in relation to a rainfall amount (R, mm)

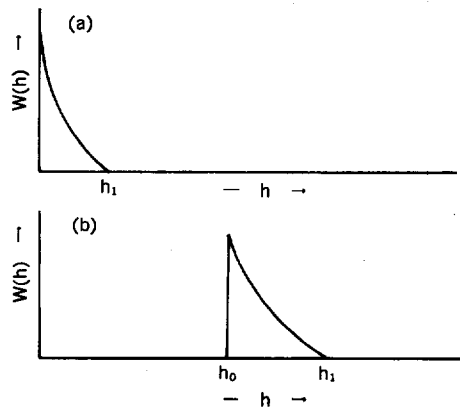


Fig. 3(a, b) 起こりうる流域水分不足量の分布。
 h は流域水分不足量, $W(h)$ は h の相
 対度数。

Possible distribution of basin water
 deficit (h)

雨あるいは長雨の直後は流域水分不足量が僅少で、その分布幅も狭く、Fig. 3(a)のように分布し、反対に、長い乾天が続いたときは流域水分不足量が増大して、その分布幅も広くなり、Fig. 3(b)のような分布となることも予想される。そして、同一流域でも、個々の資料を検討すると、常に指数型分布であるとはいきれない場合もある。したがって、季節および先行の気象条件の異なる各種の場合について、流域水分不足量を実測し、それによって不足量の大きさとその分布形態をあきらかにする必要がある。

引用文献

- 1) 遠藤泰造：水源かん養林の機能理論と施業目標。林試研報, 321, 1~38, (1983)
- 2) 山田 正・山崎幸二：流域における保水能分布が流出に与える影響について。水理講演論文集, 27, 385~392, (1983)
- 3) 武田繁後：龍ノ口山水源かん養試験第1回報告。農林省山林局, 106~111, (1942)

**Theoretical Meaning of Experimental Equation Showing the
Relation between a Rainfall and Basin Water Loss.**

Taizo ENDO⁽¹⁾

Summary

In the previous report two experimental equations expressing the general relationship between the amount of a rainfall and basin water loss were presented by the Author.

They are as follows;

$L = L_{\infty}(1 - e^{-kR})$ and $L = l_0 + L_0(L - e^{-k'(R-l_0)})$, in which R (mm) = the total amount of rainfall, L (mm) = basin water loss for R , L_{∞} (mm) = basin water deficit at the beginning of a rainfall, l_0 (mm) and L_0 (mm) = initial and additional water deficit at the beginning of a rainfall respectively, k and k' = experimental constants. These equations were selected considering the various distributions of basin water deficit.

By applying many data of a rainfall amount and resultant flow, as observed at two small watersheds, to these equations, we were able to estimate the monthly values of L_{∞} and k or L_0 and k' .

Then the relations between L_{∞} and k or L_0 and k' were examined and $L_{\infty} \cdot k = 1$ and $L_0 \cdot k' = 1$ were found, but no explanation was given on the theoretical meaning of them.

From the following study, it became clear that these experimental relations are exactly accurate when the distribution of soil moisture deficit just before rainfall in a watershed can be expressed by an exponential function.

Thus these equations are considered to be the theoretical ones which show the relationship between the amount of a rainfall, resulting basin water losses, and distribution of basin water deficit and its average amount at the beginning of a rainfall proved by the data of rainfall and flow observed at small experimental watersheds.